

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۱ دوره حرکت، با عکس بسامد برابر است یعنی:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow 200 = \frac{1}{T} \rightarrow T = 0.005$$

۲ گزینه ۲

ابتدا تعداد نوسان‌های کاملی که نوسانگر در مدت ۲ ثانیه انجام می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} n = tf \xrightarrow{t=2s, f=400Hz} n = 8 \text{ نوسان}$$

مسافتی که نوسانگر در هر نوسان کامل طی می‌کند، برابر با چهار برابر دامنه نوسان است. بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر در ۸ بار نوسان کامل برابر است با:

$$\ell = 8 \times 4A = 32A \xrightarrow{A=2cm} \ell = 64cm$$

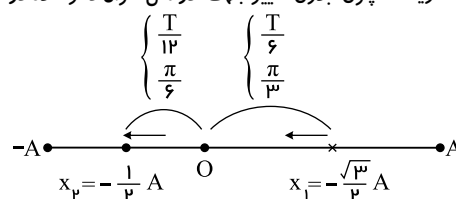
۳ گزینه ۳ چون «بدون تغییر جهت» در متن سؤال ذکر شده در نتیجه در مسیری به صورت زیر جابه‌جا می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T}{12} \\ \frac{\pi}{6} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{T}{6} \\ \frac{\pi}{3} \end{array} \right\}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

$$x_2 = -\frac{A}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t = 6 - 2 = 4s \\ \Delta \phi = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \times 4 \Rightarrow T = 16s \end{array} \right.$$



۴ گزینه ۴

می‌دانیم که در نقاط بازگشت که $x = \pm A$ است، مقدار شتاب نوسانگر نیز بیشینه می‌شود. در اینجا که نوسانگر در $t = 0$ از مکان $x = +A$ شروع به نوسان کرده، برای اولین بار در مکان $x = -A$ ، مقدار شتابش برای اولین بار بیشینه می‌شود، پس داریم:

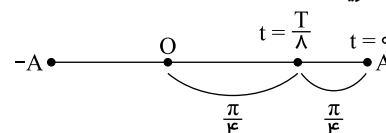
$$\Delta t = \frac{T}{2}$$

۵ گزینه ۴

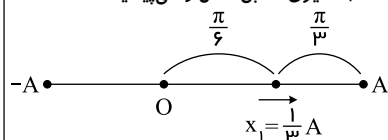
$$\Delta \theta = \omega \Delta t$$

$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$$

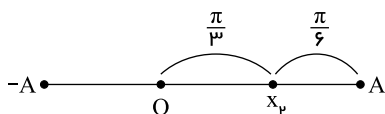
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شناسه } \theta = \omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} A \\ x = A \cos \theta \end{array} \right.$$



۶ گزینه ۴ هنگامی که نوسانگر در مکانی معادل نصف دامنه خود قرار دارد و حرکتی کندشونده دارد (یعنی در حال دور شدن از مرکز نوسان است) مسیری مطابق شکل را می‌پیماید.



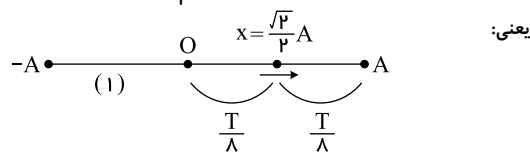
بدیهی است که پس از تغییر شناسه‌ای معادل $\frac{\pi}{6}$ نسبت به حالت نمایش داده شده داریم:



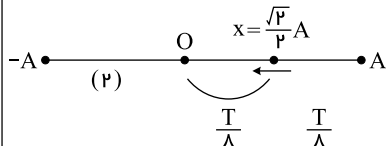
$$x_2 = A \cos \frac{\pi}{6}$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

۷ گزینه ۴ وقتی نوسانگر در مکانی معادل $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد، هم می‌تواند در جهت محور و هم می‌تواند در خلاف جهت محور حرکت کند.



بدیهی است که در شکل (۱)، نوسانگر پس از مدت $\frac{T}{\lambda}$ از لحظه نمایش داده شده، به مکان $x = A$ و در شکل (۲) به مکان $x = 0$ می‌رسد.



۸ گزینه ۴ ابتدا مکان نوسانگر را در لحظه $t = \frac{1}{\lambda_0} s$ می‌یابیم:

$$x = 0,4 \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0,4 \cos 4\pi \times \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow x = 0,4 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

چون در لحظه مورد نظر نوسانگر از مبدأ می‌گذرد، در نتیجه شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر در این لحظه صفر است.

۹ گزینه ۱ ابتدا معادله حرکت نوسانگر را با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ می‌نویسیم. دامنه نوسان نصف طول پاره خط نوسان است پس:

$$A = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \cos \omega t = 0,1 \cos(10\pi t)$$

حال مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 1,1 s$ به دست می‌آوریم:

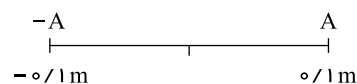
$$x = 0,1 \cos(10\pi t) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0,1 \cos(10\pi(0)) = 0,1 \cos(0) = 0,1 \text{ m} \\ t_2 = 1,1 s \Rightarrow x_2 = 0,1 \cos(10\pi(1,1)) = 0,1 \cos(11\pi) = -0,1 \text{ m} \end{cases}$$

از آن جا که دوره نوسان $0,2 s$ است در مدت $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1,1 s$ ، تعداد ۵ نوسان کامل را در مدت $1 s = 5 \times 0,2$ انجام می‌دهد. پس در مدت $0,1 s$ باقی مانده از $x_1 = 0,1 \text{ m}$ به

$x_2 = -0,1 \text{ m}$ می‌رسد؛ بنابراین مسافت طی شده در این مدت برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{1,1}{0,2} = 5,5$$

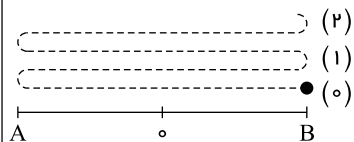
$$L = 5 \times (4A) + 2A = 22A = 22 \times 0,1 = 2,2 \text{ m}$$



حال تندى متوسط در مدت t_1 تا t_2 برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2,2}{1,1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۰ گزینه ۲ ابتدا مسافت طی شده در مدت $7,2 s$ را حساب می‌کنیم که با توجه به مسیر نوسان داریم:



$$2 \text{ دور نوسان به مدت } T \Rightarrow 2 \text{ دور نوسان به مدت } 7,2 T = 3,6 s \Rightarrow 2 \text{ دور نوسان به مدت } 7,2 T = 3,6 s$$

وقتی نوسانگر $13,6 \text{ m}$ طی کرده یعنی به اندازه $8,5A$ طی کرده است ($A = 1,6 \text{ m}$)

$$A = 1,6 \Rightarrow 13,6 = 8,5A$$

وضعیت نوسانگر را طی مسافت $8,5A$ بررسی می‌کنیم: ($8,5A = 8A + 0,5A$)

وقتی نوسانگر $8A$ اول مسافت را طی می‌کند، دوباره به مکان اول خود باز می‌گردد. بنابراین کافی است مسافت $0,5A$ باقی مانده را بررسی می‌کنیم:

$$x = A \cos(\omega t) = \frac{A}{2} \Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3,6} \times t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = 0,6 s$$

بیشترین انرژی جنبشی در نقطه تعادل ($x = 0$) اتفاق می‌افتد:

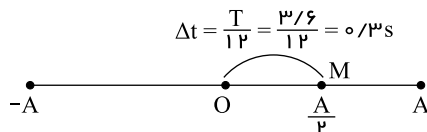
فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$x = 0 \Rightarrow A \cos(\omega t') = 0 \Rightarrow \omega t' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{3.6} t' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t' = 0.9s$$

زمان مورد نظر اختلاف دو لحظه t و t' است پس:

$$t' - t = 0.9 - 0.6 = 0.3$$

روش دوم: زمان جابه‌جایی از O تا M :

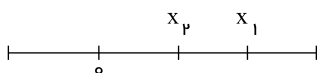


۱۱ گزینه ۳ ابتدا مکان نوسانگر در دو لحظه $t_1 = \frac{1}{\lambda} s$ و $t_2 = \frac{3}{\lambda} s$ را به دست می‌آوریم.

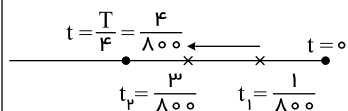
$$t_1 = \frac{1}{\lambda} s \Rightarrow x_1 = 0.4 \cos(100\pi \times \frac{1}{\lambda}) = 0.4 \cos \frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow 0 < x_1 < 0.4$$

$$t_2 = \frac{3}{\lambda} s \Rightarrow x_2 = 0.4 \cos(100\pi \times \frac{3}{\lambda}) = 0.4 \cos \frac{3\pi}{\lambda} \Rightarrow 0 < x_2 < 0.4$$

با توجه به مکان تقریبی متحرک در دو لحظه t_1 و t_2 مسیر حرکت متحرک در این بازه زمانی را رسم می‌کنیم:



پس گزینه ۳ صحیح است.



روش دوم: ابتدا دوره را تعیین می‌کنیم. حال با توجه به معادله حرکت داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 100\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2}{100} s$$

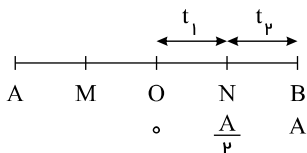
یعنی در این بازه زمانی نوسانگر مرتباً در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان و حرکتی تندشونده دارد.

۱۲ گزینه ۴

مدت زمان طی کردن فاصله AM را برحسب دوره نوسان به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه فاصله AB برابر $2A$ است، هریک از فاصله‌های

$AM = MO = ON = NB$ برابر $\frac{A}{2}$ است. با توجه به تقارن حرکت هماهنگ ساده نسبت به نقطه O (مرکز نوسان) مدت زمان طی کردن

MA و NB نیز با هم برابر است. این زمان‌ها را به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow A \cos \omega t_O = 0 \Rightarrow \omega t_O = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{A}{2} \Rightarrow A \cos \omega t_N = \frac{A}{2} \Rightarrow \omega t_N = \frac{\pi}{3} \\ x = A \Rightarrow A \cos \omega t_B = A \Rightarrow \omega t_B = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega t_O - \omega t_N &= \omega(t_O - t_N) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_O - t_N = t_1 = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{12} \\ \omega t_N - \omega t_B &= \omega(t_N - t_B) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_N - t_B = t_2 = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{6} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow t_2 = 2t_1$$

مدت زمان طی کردن AM یا NB برابر با $2s$ شده است. پس با توجه به رابطه بالا مدت زمان طی کردن MB برابر است با:

$$\Delta t = t_{MO} + t_{ON} + t_{NB} = t_1 + t_2 + t_1 = 1 + 2 + 1 = 4$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

به عبارت ساده‌تر داریم:

$$\frac{T}{6} = 2s \rightarrow \frac{T}{12} = 1s$$

$$t_{fs} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = 1 + 1 + 2 = 4s$$

۱۳ گزینه ۲ با استفاده از رابطه شتاب در حرکت نوسانی ساده $a = -\omega^2 x$ و قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow -m\omega^2 x \Rightarrow 12 = -(100 \times 10^{-2})(20\pi)^2 \times x \Rightarrow 12 = 0.1 \times 400\pi^2 x \rightarrow x = -0.03m$$

حال می‌توان با استفاده از معادله مکان - زمان نوسانگر، لحظات مورد نظر را به‌دست آورد:

$$x = -0.03 \Rightarrow 0.06 \cos 20\pi t = -0.03 \Rightarrow \cos 20\pi t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 20\pi t_1 = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 20\pi t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{30}s \\ \cos 20\pi t_2 = \cos \frac{4\pi}{3} \Rightarrow 20\pi t_2 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{15}s \end{cases}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۴ گزینه ۲ ابتدا با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$A = 0.06m, \omega = 2\pi f = 2\pi(0.2) = 0.4\pi \frac{rad}{s}$$

$$x = A \cos \omega t = 0.06 \cos(0.4\pi t)$$

هنگام رها شدن جرم از بالای نقطه تعادل، مکان نوسانگر $x = 0.06m$ و در $t = 2.5s$ با جایگذاری در معادله مکان - زمان به‌دست می‌آوریم:

$$x_{2.5s} = 0.06 \cos(0.4\pi t) = 0.06 \cos(0.4\pi \times 2.5) = 0.06 \cos \pi = -0.06m$$

حال به سراغ رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌رویم، تا سرعت متوسط در بازه $(0, 2.5s)$ را به‌دست آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{2.5s} - x_0}{2.5 - 0} = \frac{-0.06 - (0.06)}{2.5} = \frac{-0.12}{2.5} = -0.048$$

در صورت تست اندازه سرعت متوسط خواسته شده است؛ که برابر $|v_{av}| = 0.048$ است.

پس گزینه ۲ صحیح است.

روش دوم: با توجه به بسامد که $2Hz$ است، دوره نوسان $0.5s$ می‌شود ($T = \frac{1}{f}$). بنابراین 2.5 ثانیه معادل نصف دوره تناوب است. پس برای این نوسانگر که از $x = +A$ شروع به نوسان کرده، در مدت $\frac{T}{2}$ به مکان $x = -A$ می‌رود، یعنی جابه‌جایی‌اش $\Delta x = -2A$ است و برای پیدا کردن v_{av} بقیه داستان...

۱۵ گزینه ۱ tendency متوسط برابر با نسبت مسافت طی شده به مدت زمان طی کردن مسافت است. در یک دوره مسافت طی شده $L = 4A$ و زمان $\Delta t = T$ است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t = T}$$

tendency بیشینه در یک حرکت نوسانی برابر $v_{max} = A\omega$ است، پس رابطه $A = \frac{v_{max}}{\omega}$ است.

با توجه به فرمول $\omega = \frac{2\pi}{T}$ داریم:

$$s_{av} = \frac{4A}{T} = \frac{4v_{max}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{2v_{max}}{\pi}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۶ گزینه ۱ ابتدا لحظه‌ای که A برای بار دوم از مرکز تعادل می‌گذرد را پیدا می‌کنیم:

$$A \text{ زمان } : x_A = 0.2 \cos(2\pi t) = 0 \Rightarrow t_A = \frac{1}{4}s \text{ و } \frac{3}{4}s \Rightarrow t_{rA} = \frac{3}{4}s$$

جسم B ، $\frac{2}{3}$ ثانیه دیرتر از جسم A شروع به حرکت کرده، پس کافی است برای پیدا کردن مکان B ، t_{rA} را منهای $\frac{2}{3}$ کرده و در معادله مکان - زمان جسم B قرار دهیم:

$$t_B = t_{rA} - \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)s$$

حال t_B را در معادله مکان - زمان جسم B قرار داده و مکان B را می‌یابیم:

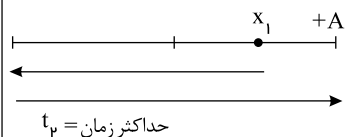
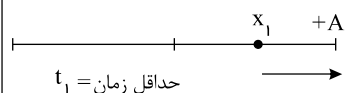
$$x_B = 0.2 \cos(2\pi t) \rightarrow x_B = 0.2 \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{4\pi}{3}\right) \Rightarrow x_B = 0.2 \left[\sin \frac{4\pi}{3}\right] = 0.2 \times 0.97 = 0.194m = 19.4cm$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۷ گزینه ۴ با توجه به صورت سوال و فرمول $T = \frac{1}{f}$ داریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$f = \frac{1}{3} Hz \rightarrow T = 3s$$



دو مسیر مورد نظر را رسم می‌کنیم:

شکل (الف) مسیر با حداقل زمان لازم برای رسیدن x_1 به مکان $x_p = +A$ را نشان می‌دهد.

شکل (ب) مسیری با حداکثر زمان لازم برای رسیدن از x_1 به $x_p = +A$ را نشان می‌دهد که در آن نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سمت انتهای

دیگر مسیر $(-A)$ است و سپس به سمت $x_p = +A$ می‌رود.

حال اختلاف زمان را به‌دست می‌آوریم:

t_1 برابر با مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نوسانگر از مسیر شکل (الف) از مکان $x = x_1$ به $x_p = +A$ برسد:

$$x_1 = A \cos(\omega t_1) = A \cos \frac{\pi}{12} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{12} \Rightarrow 2\pi f t_1 = \frac{\pi}{12} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{8} s$$

t_p برابر با مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نوسانگر از مسیر شکل (ب) از مکان $x = x_1$ به $x_p = +A$ برسد. با توجه به شکل t_p برابر است با:

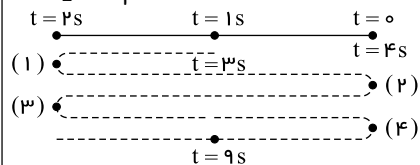
$$t_p = T - t_1 \quad (I)$$

حال با توجه به رابطه (I) :

$$\text{مطلوب مسئله} = t_p - t_1 \rightarrow t_p - t_1 = (T - t_1) - t_1 \Rightarrow t_p - t_1 = T - 2t_1 = 3 - 2 \times \left(\frac{1}{8}\right) = 3 - 0.25 = 2.75s$$

۱۸ گزینه ۴ با توجه به این‌که $\omega = \frac{\pi}{2}$ است، از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ استفاده می‌کنیم و مقدار T را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4s$$



با توجه به اینکه دوره تناوب ۴s است و حداقل بین ۱s تا ۹s از ما خواسته شده یعنی در این فاصله زمانی جسم دو بار نوسان کامل انجام داده است. با توجه به بازه زمانی داده شده، نقاط شروع و پایان حرکت، نقطه مبدأ است.

تغییر جهت در نقاط $+A$ و $-A$ اتفاق می‌افتد و ۴ بار مسیر نوسان به‌طور کامل طی می‌شود. بنابراین، ۴ بار تغییر جهت در زمان‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ ثانیه خواهیم داشت.
پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۹ گزینه ۳ در لحظه t_1 مکان متحرک $\frac{A}{3}$ است:

$$x = \frac{A}{3} = A \cos(\omega t_1) \Rightarrow \cos(\omega t_1) = \frac{1}{3}$$

با توجه به اتحاد مثلثاتی $1 - 2\cos^2 \alpha = \cos 2\alpha$ داریم.

به این ترتیب:

$$x_p = A \cos(\omega t_p) = A \cos(\omega(2t_1)) \Rightarrow x_p = A \cos(2\omega t_1) \rightarrow x_p = A(2\cos^2(\omega t_1) - 1) = A\left(\frac{2}{9} - 1\right) = -\frac{7}{9}A$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۲۰ گزینه ۳ ابتدا مکان‌های هر کدام را در لحظه $t = 0.25s$ به‌دست می‌آوریم:

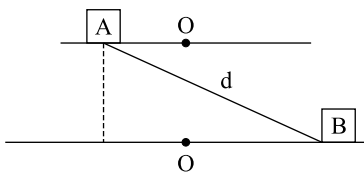
$$x_A = 0.2 \cos \pi = -0.2$$

$$x_B = 0.4 \cos 2\pi = 0.4$$

حال فاصله افقی دو جسم را پیدا می‌کنیم: (در لحظه $t = 0.25s$)

$$\Delta x = x_B - x_A = 0.4 - (-0.2) = 0.6m$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان



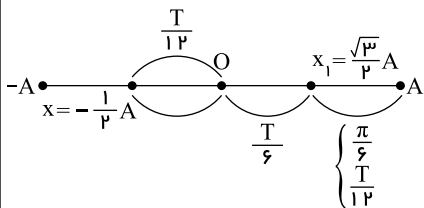
فاصله افقی را که یافتیم، فاصله عمودی هم در صورت سوال داده شده است، پس با استفاده از رابطه فیثاغورث فاصله دو جسم را می‌یابیم:

$$d = \text{فاصله}$$

$$d^2 = 10^2 + 6^2 \Rightarrow d = 10 \text{ cm}$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

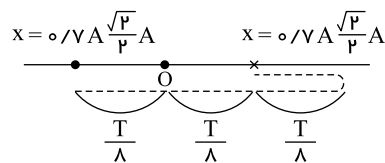
۲۱ گزینه ۴ با توجه به اطلاعات مسئله، دوره تناوب را به دست می‌آوریم:



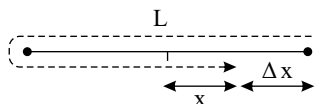
$$x_1 = A \cos(\omega t_1) = \frac{\sqrt{3}}{4} A \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_1 = \frac{T}{12} \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{3} - \frac{T}{12} = \frac{T}{4} \xrightarrow{\Delta t = 2s} 2 = \frac{T}{4} \rightarrow T = 8s$$

$$x_2 = A \cos(\omega t_2) = -\frac{1}{4} A \Rightarrow \omega t_2 = \frac{3\pi}{4} \rightarrow t_2 = \frac{T}{2}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} \rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{8}{2} = 4s$$



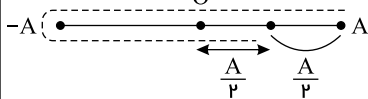
۲۲ گزینه ۲



در بازه زمانی $(0, \frac{T}{3})$ مسافت و جابه‌جایی با هم برابر است. در بازه زمانی $(\frac{T}{4}, \frac{3T}{4})$ جابه‌جایی بین A و $2A$ و مسافت بین $2A$ و $3A$ است.

اما در بازه زمانی $(\frac{3T}{4}, T)$ جابه‌جایی بین صفر و A و مسافت بین $3A$ و $4A$ است. پس فقط در بازه آخر چنین امکانی وجود دارد.

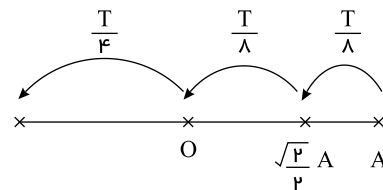
$$\begin{cases} \ell = 3\Delta A \\ |\Delta x| = \frac{1}{4} A \rightarrow \frac{\ell}{|\Delta x|} = v \end{cases}$$



$$L = v\Delta x \Rightarrow 3A + x = v(A - x) \Rightarrow 4x = 4A \Rightarrow x = A \quad x = A \cos(\frac{\pi}{3}t) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos(\frac{\pi}{3}t) \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3}t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3}t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \boxed{t = 5s}$$

۲۳ گزینه ۳ متحرک ۳۰٪ دامنه حرکت را طی کرده، یعنی در نقطه $x = 0.7A$ است.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} &= 1.41 \\ x &= 0.7A \end{aligned} \right\} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

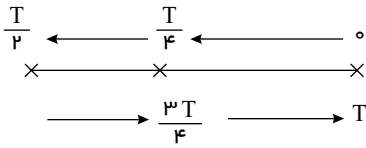


مدت زمان رسیدگی متحرک از $x = +A$ به $x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ برابر $\frac{T}{8}$ ، یعنی $\frac{1}{8}$ ثانیه است. باقی‌مانده مسیر نیز در مدت $\frac{T}{8} + \frac{T}{4}$ طی می‌شود تا متحرک به $x = -A$ برسد، بنابراین زمان رسیدن به $-A$ برابر $\frac{3}{8}$ ثانیه است.

۲۴ گزینه ۳ با رسم پاره خط نوسان و با توجه به اینکه متحرک فاصله نقاط بازگشتی تا مرکز نوسان را در مدت زمان $\Delta t = \frac{T}{4}$ می پیماید می توان نوشت:

$$\frac{T}{4} < t = \tau(s) < \frac{2T}{4}$$

بنابراین متحرک در حال حرکت از مبدأ نوسان به سمت $-A$ است و حرکتش کندشونده می باشد.



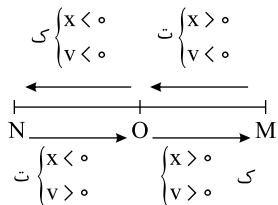
۲۵ گزینه ۲

در نقاط بازگشتی (دو انتهای مسیر) : $x = A$, $v = 0$ و در مرکز نوسان : $x = 0$, $v = A\omega$

$$\left. \begin{aligned} v^2 + 25\pi^2 x^2 &= 25\pi^2 A^2 & v = 0 \rightarrow 25\pi^2 A^2 &= 25\pi^2 \rightarrow A = 1(m) \\ x = 0 \rightarrow A^2 \omega^2 &= 25\pi^2 \rightarrow A\omega &= 5\pi \end{aligned} \right\} \omega = 5\pi, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{5}(s)$$

اولین تغییر جهت نوسانگر لحظه $t = \frac{T}{2}$ است که به $(-A)$ می رسد، بنابراین پاسخ گزینه ۲ است.

۲۶ گزینه ۲ گزاره الف) درست است. زیرا:



گزاره ب) غلط است. زیرا در نقاط N و M جهت سرعت عوض می شود که در نقطه M شتاب در خلاف جهت مثبت محور x هاست و در نقطه N شتاب در جهت مثبت محور x هاست.

گزاره پ) غلط است. نوسانگر در هر $\frac{T}{4}$ ، به میزان یک دامنه (A) مسافت طی می کند $\Rightarrow$ در مدت $3,75T$ ، $15A$ طی می کند. زیرا:

$$3,75T = 3T + \frac{3}{4}T = 12\left(\frac{T}{4}\right) + 3\left(\frac{T}{4}\right) = 15\left(\frac{T}{4}\right)$$

گزاره ت) صحیح است. در مدت $1,25T$ یعنی همان $\left(\frac{5}{4}T\right)$ نوسانگر یک دور + یک چهارم دور را طی کرده است. بنابراین در لحظه $1,25T$ در نقطه O قرار دارد.

$$\left\{ \begin{aligned} \ell &= \Delta A \\ \Delta x &= -A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} S_{av} &= \frac{\Delta A}{\Delta t} \\ |V_{av}| &= \frac{A}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{av} = 5 |V_{av}|$$

۲۷ گزینه ۳ با دور شدن از مرکز نوسان اندازه مکان، نیرو، انرژی پتانسیل و شتاب افزایش می یابد. با افزایش فاصله از مرکز نوسان، تندی کاهش یافته و حرکت کندشونده می شود. بنابراین عبارت «الف» و «پ» صحیح و «ب» نادرست است.

۲۸ گزینه ۴

به طور کلی در سؤالهایی که بیشینه جابه جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکهای مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{4} \\ |\Delta x_{max}| &= A \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{4} \\ |\Delta x_{max}| &= \sqrt{2}A \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{3} \\ |\Delta x_{max}| &= \sqrt{3}A \end{aligned} \right\}$$

بیشترین مسافت طی شده در یک بازه زمانی، حول مرکز نوسان است. زیرا در آن ناحیه تندی بیشینه است. کمترین مسافت، حول انتهای نوسان است، زیرا در آن ناحیه تندی کمینه است.

$$\frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{4}A}{2(A - \frac{\sqrt{2}}{4}A)} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4 - 2} = \sqrt{2} + 1$$

۲۹ گزینه ۱

$$\left\{ \begin{aligned} a_{max} &= v_{max} \cdot \omega \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\tau} = \pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{max} = 0,2\pi(\pi) = 0,2\pi\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

می توانیم شرط زیر را در گزینه ها را بررسی کنیم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

گزینه ۱ : $v = 0 \rightarrow |a| = \pi \sqrt{0.04} = \boxed{0.2\pi} a_{max} \checkmark$

$a_0 = 0 \rightarrow 0 = \pi \sqrt{0.04} - v^2 \rightarrow v^2 = 0.04 \rightarrow \boxed{v = 0.2} v_{max} \checkmark$

$$\begin{cases} v = 0 \rightarrow |a| = a_{max} \\ a = 0 \rightarrow |v| = v_{max} \end{cases}$$

گزینه ۱ صحیح است.

۳۰ گزینه ۴ یکی از کوتاه‌ترین راه‌حل‌ها برای این گونه از مسائل، پیدا کردن دوره حرکت (T) و به دست آوردن نسبت زمان طی شده (Δt) به دوره (T) است. بنابراین با توجه به رابطه، ابتدا دوره را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.0\pi} = 0.2(s)$$

با توجه به اینکه Δt برابر ۰.۴ ثانیه است، داریم: $\Delta t = 2T$

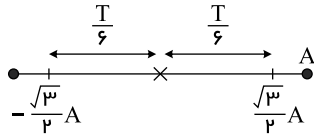
می‌دانیم که در یک حرکت هماهنگ ساده، در هر دوره، نوسانگر به میزان $4A$ مسافت طی می‌کند، بنابراین در مدت $2T$ ، این نوسانگر $8A$ مسافت طی کرده است.

$\Rightarrow$ مسافت طی شده در ۰.۴ ثانیه $= 8 \times 0.2m = 0.16m = 16cm$

روش دیگر، رسم نمودار مکان - زمان و پیدا کردن مسافت طی شده است.

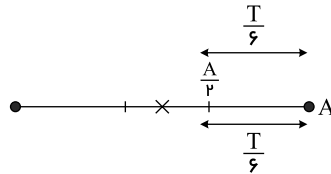
۳۱ گزینه ۲

طبق پاره‌خط نوسان، بیشترین مسافت در حوالی نقطه تعادل و کمترین مسافت در حوالی دامنه رخ می‌دهد.



$$\Rightarrow L_{max} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A\right) = \sqrt{3}A$$

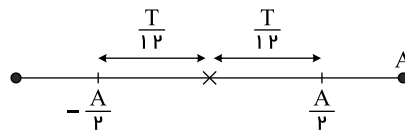
در نتیجه برای محاسبه α خواهیم داشت:



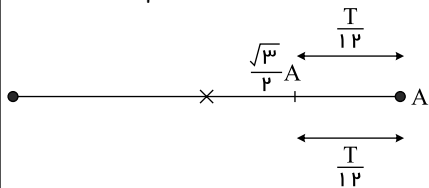
$$\Rightarrow L_{min} = 2\left(\frac{A}{2}\right) = A$$

$$\alpha = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{\sqrt{3}A}{A} = \sqrt{3}$$

اکنون به بررسی β می‌پردازیم:



$$\Rightarrow L_{max} = 2\left(\frac{A}{2}\right) = A$$



$$\Rightarrow L_{min} = 2\left(A - \frac{\sqrt{3}}{2}A\right) = (2 - \sqrt{3})A$$

$$\beta = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{1}{(2 - \sqrt{3})}$$

در پایان خواهیم داشت:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2-\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3} - 3$$

۳۲ گزینه ۴ ابتدا معادله حرکت هر نوسانگر را می نویسیم. در لحظه ای که دو نوسانگر از کنار یکدیگر عبور می کنند، مکان آنها با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \begin{cases} x_1 = A \cos \frac{2\pi}{1} t \\ x_2 = A \cos \frac{2\pi}{2} t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = A \cos 2\pi t \\ x_2 = A \cos \pi t \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} A \cos 2\pi t = A \cos \pi t \Rightarrow \begin{cases} 2\pi t = \pi t \Rightarrow t = 0 \rightarrow \text{لحظه شروع نوسان} \\ 2\pi t = 2\pi - \pi t \Rightarrow 3\pi t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2}{3} s \end{cases}$$

۳۳ گزینه ۲ ابتدا معادله حرکت نوسانگر را می نویسیم و سپس لحظه هایی که نوسانگر از مکان مورد نظر می گذرد را می یابیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=\frac{1}{2}A} \frac{1}{2}A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos \omega t_1 = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \\ \cos \omega t_2 = \frac{1}{2} = \cos \frac{5\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega t_1 = \frac{\pi}{3} \\ \omega t_2 = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \begin{cases} \frac{2\pi}{T} \times t_1 = \frac{\pi}{3} \\ \frac{2\pi}{T} \times t_2 = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{T}{6} \\ t_2 = \frac{5T}{6} \end{cases} \xrightarrow{\Delta t=t_2-t_1=1s} 1 = \frac{5T}{6} - \frac{T}{6} = \frac{4T}{6} \Rightarrow T = 1.5s$$

نکته: در حرکت هماهنگ ساده، در مدتی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل است، حرکت تندشونده دارد و در مدتی که در حال دور شدن از نقطه تعادل است، حرکتش کندشونده است.

۳۴ گزینه ۱ با نوشتن معادله حرکت نوسانگر، لحظه های مربوط به عبور از مکان های x_1 و x_2 و سپس مسیر حرکت و مسافت طی شده در این مدت را می یابیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{T=0.5s, A=1.0cm} x = 1.0 \cos 4\pi t$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \frac{rad}{s}$$

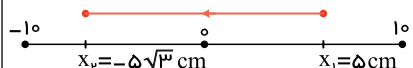
در لحظه t_1 متحرک در خلاف جهت محور از کمان $x_1 = 5cm$ عبور می کند:

$$x = 1.0 \cos 4\pi t \xrightarrow{x=5cm} 5 = 1.0 \cos 4\pi t_1 \Rightarrow \cos 4\pi t_1 = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{12} s$$

در لحظه t_2 متحرک برای اولین بار به مکان $x_2 = -5\sqrt{3}cm$ می رسد:

$$x = 1.0 \cos 4\pi t \xrightarrow{x=-5\sqrt{3}cm} -5\sqrt{3} = 1.0 \cos 4\pi t_2 \Rightarrow \cos 4\pi t_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{24} s$$

و با توجه به مسیر حرکت داریم:

$$l = 5 + 5\sqrt{3} = 5 + 5(1.7) = 13.5 cm$$


و در آخر برای تعیین تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=t_2-t_1} s_{av} = \frac{13.5}{\frac{5}{24} - \frac{1}{12}} = \frac{13.5}{\frac{1}{24}} \Rightarrow s_{av} = \frac{13.5}{\frac{1}{24}} \Rightarrow s_{av} = 10.8 \frac{cm}{s}$$

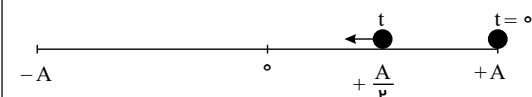
۳۵ گزینه ۱ ابتدا به این نکته ها توجه می کنیم:

زمان های طلایی در مکان های طلایی:

• نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

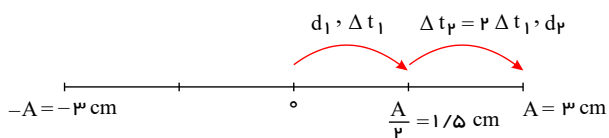
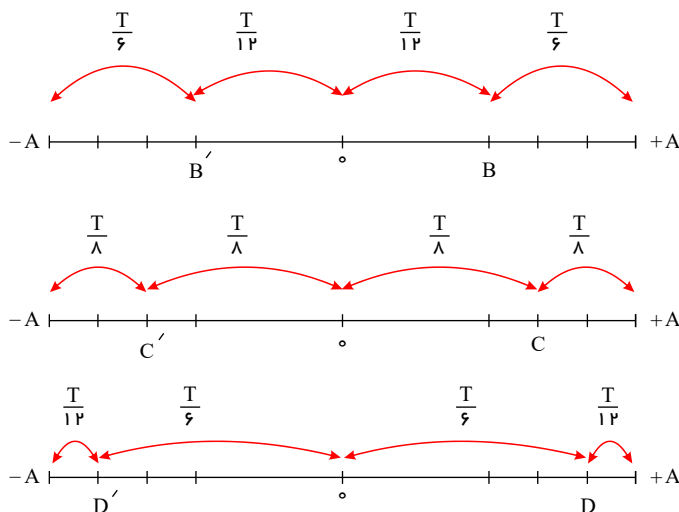
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ مد نظر بود:

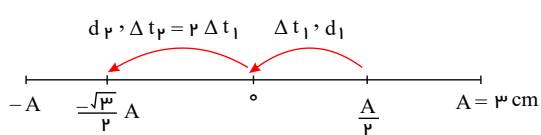
$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می توان استفاده نمود:

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



$$\rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{A}{2} \\ d_r = \frac{A}{2} \end{cases} \text{ حالت اول}$$



$$\rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{A}{2} \\ d_r = \frac{\sqrt{3}}{2}A \end{cases} \text{ حالت دوم}$$

$$\text{در حالت اول} \rightarrow \frac{d_r}{d_1} = 1$$

$$\text{در حالت دوم} \rightarrow \frac{d_r}{d_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}A}{\frac{A}{2}} = \sqrt{3}$$

۳۶ گزینه ۴ قدم اول

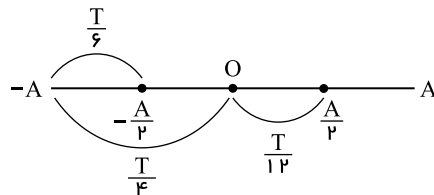
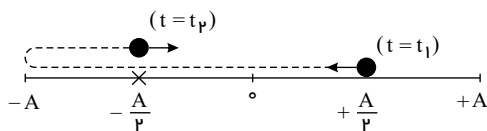
بردار مکان جسم در $t = t_1$ به صورت: $\vec{d}_1 = 2\vec{i}$ است یعنی: $x = +\frac{A}{2}$. از طرفی با توجه به رابطه: $\vec{a} = \frac{\pi^2}{2}\vec{i}$ داریم:

$$\begin{cases} a = +\frac{\pi^2}{2} \\ a = -\omega^2 x = -(\frac{\pi}{2})^2 x = -\frac{\pi^2}{4} x \end{cases} \rightarrow -\frac{\pi^2}{4} x = \frac{\pi^2}{2} \rightarrow x = -2m \Rightarrow \boxed{x = -\frac{A}{2}}$$

قدم دوم

برای دومین بار از $x = -\frac{A}{2}$ عبور نموده است.

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان



قدم سوم

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{T}{2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4s \rightarrow \boxed{\Delta t = 2s}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \left(-\frac{A}{2}\right) - \left(+\frac{A}{2}\right) = -A = -0.3m \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.3m}{2s} = -0.15m/s$$

گزینه ۱ قدم اول ۳۷

بیان شده مسافت طی شده $\frac{5}{3}$ برابر مقدار جابه‌جایی طی شده است. $\left(\frac{5}{3} > 1\right)$ بنابراین چون مسافت بیشتر از جابه‌جایی شده است، حتماً تغییر جهت رخ داده است و همچنین دوره حرکت:

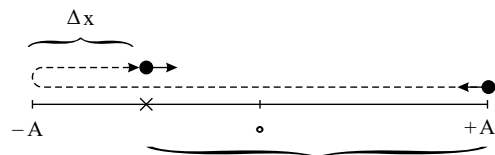
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6s$$

$$\ell = \frac{5}{3}d = d + \frac{2}{3}d$$

قدم دوم

مسافت را با ℓ و جابه‌جایی را با d نشان می‌دهیم. اگر به فرض لحظه $t = t'$:

$$\frac{\ell}{d} = \frac{3A}{A} = 3 > \frac{5}{3} \Rightarrow \text{بنابراین } \ell \text{ باید کمتر از } 3A \text{ و } d \text{ بیشتر از } A \text{ باشد.}$$



$$d = 2A - \Delta x \Rightarrow \ell = \frac{5}{3}d \Rightarrow \underbrace{2A}_{0.6} + \Delta x = \frac{5}{3}(\underbrace{2A}_{0.6} - \Delta x)$$

$$\rightarrow 0.6 + \Delta x = 1 - \frac{5}{3}\Delta x \Rightarrow \frac{1}{3}\Delta x = 0.4 \Rightarrow \Delta x = \frac{3}{2} \rightarrow \ell = 2A + \Delta x = 0.75m$$

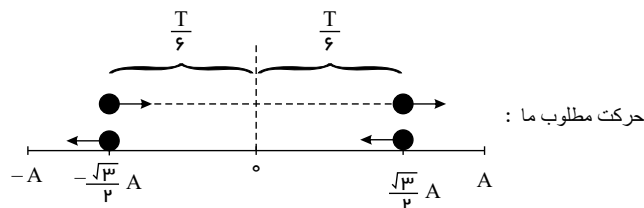
$$\rightarrow \begin{cases} S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.75m}{4s} = \frac{3}{16}m/s \\ \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2}{3} \times 6s = 4s \end{cases}$$

گزینه ۱ ۳۸

قدم اول: بیشترین مقدار سرعت متوسط با توجه به معین و ثابت بودن $\Delta t = 4s$ زمانی اتفاق می‌افتد که جابه‌جایی طی شده نوسانگر در این مدت بیشینه باشد. می‌دانیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{4s}{12s} = \frac{1}{3} \rightarrow \Delta t = \frac{T}{3}$$



حرکت مطلوب ما :

قدم دوم:

به طور کلی در سؤالی که بیشینه جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکه‌های مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{\sqrt{2}} \\ |\Delta x_{max}| = A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{\sqrt{2}} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{2}A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{\sqrt{2}} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{3}A \end{cases}$$

$$(v_{max})_{av} = \frac{\Delta x_{max}}{\Delta t} \rightarrow 0.2 = \frac{\sqrt{3}A}{\frac{T}{\sqrt{2}}} \rightarrow \sqrt{3}A = 0.8 \rightarrow A = \frac{0.8}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{15}$$

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{60}{12} = 5$$

قدم سوم: در هر دقیقه نوسانگر:

۵ نوسان کامل انجام می‌دهد و در هر نوسان کامل، مسافتی معادل $4A$ را می‌پیماید یعنی مسافت طی‌شده در این مدت برابر است با:

$$L = 5(4A) = 20A = 20\left(\frac{4\sqrt{3}}{15}\right) = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

۳۹ گزینه ۴ نکات مورد توجه:

(۱) زمانی که $a < 0$ است طبق رابطه: $a = -\omega^2 x$ ، می‌بایستی $x > 0$ بوده باشد.

(۲) از طرفی $v < 0$ است. بنابراین نوسانگر در $x > 0$ بوده و به طرف مرکز نوسان در حال حرکت می‌باشد. سرعت و انرژی جنبشی نوسانگر نیز رو به افزایش است.

(۳) در بازه‌های زمانی متوالی یکسان، جابه‌جایی انجام شده توسط نوسانگر افزایش می‌یابد. بنابراین تندی متوسط متحرک نیز افزایش می‌یابد و جابه‌جایی‌های یکسان در مدت زمان کمتری طی می‌شود.

(۴) در جابه‌جایی‌های متوالی، میزان افزایش سرعت، کاهش می‌یابد (چون بزرگی شتاب کاهش می‌یابد) بنابراین: (۱) میزان افزایش انرژی جنبشی کاهش می‌یابد. (۲) میزان کاهش انرژی پتانسیل نیز کاهش می‌یابد.

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta U = -\Delta K$$

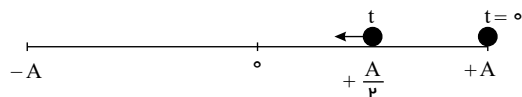
(۵) چون در حالت حرکت به طرف مرکز نوسان است، در بازه‌های زمانی یکسان، اندازه جابه‌جایی بیشتری دارد، پس اندازه تغییر شتاب و تغییر نیروی آن نیز بیشتر می‌شود.

۴۰ گزینه ۲ ابتدا به این نکات توجه فرمایید: زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{\sqrt{2}}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{4})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{\sqrt{2}}$ مدت‌زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

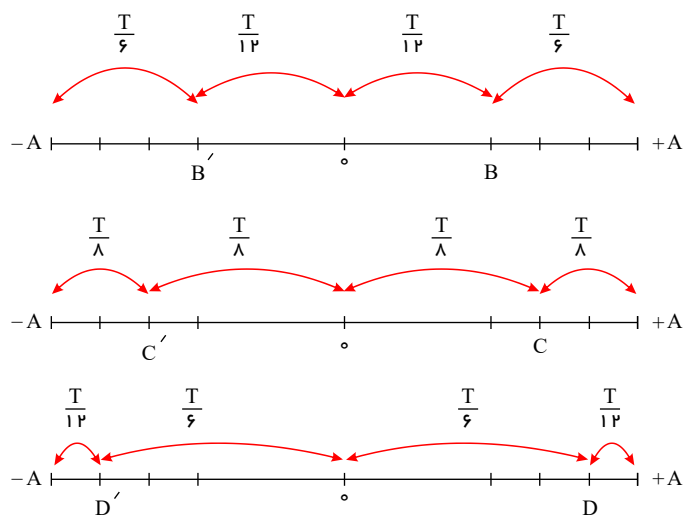
• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{\sqrt{2}}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x_0 = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

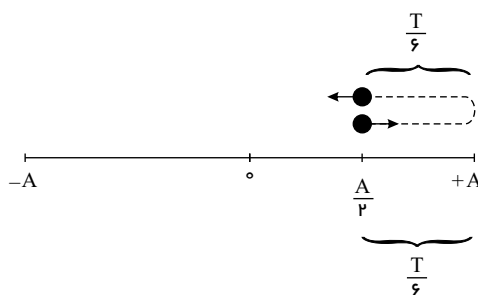
و به‌طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به‌دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



و اکنون پاسخ تست:



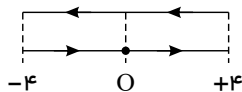
$$\Delta t = 2 \frac{T}{6} = \frac{T}{3} \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{3}$$

هر چه نوسانگر ساده، به انتهای مسیر نوسان نزدیک‌تر باشد، به دلیل کاهش سرعت، یک مسافت معین را در زمان بیشتری طی می‌کند.

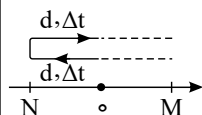
۴۱ گزینه ۴ ابتدا دوره حرکت نوسان‌های ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 2s$$

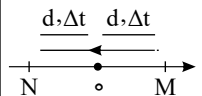
نوسانگر در مدت یک دوره، چهار برابر دامنه نوسان را طی می‌کند و دوباره در مکان اولیه خود قرار خواهد گرفت. بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر طی مدت ۲ ثانیه بعد از لحظه t_1 ، برابر با $16cm = 4 \times 4$ است و نوسانگر در مکان $x = -4cm$ قرار خواهد داشت.



۴۲ گزینه ۴ در حرکت هماهنگ ساده در بازه‌های زمانی یکسان متوالی، زمانی مسافت طی شده یکسان است که یا در نقاط بازگشتی باشیم (حرکت به صورت رفت و برگشت) که مطابق شکل زیر است:



و یا اینکه هنگام عبور از نقطه تعادل این اتفاق می‌افتد که مطابق شکل زیر است:



چون برای اولین بار مسافت طی شده در دو ناحیه متوالی یکسان است، مطابق حالت دوم، نوسانگر در هنگام عبور از نقطه تعادل است. در نتیجه در انتهای ثانیه پنجم متحرک در نقطه تعادل است، پس داریم:

$$\frac{T}{4} = 5 \Rightarrow T = 20s$$

۴۳ گزینه ۳

$$g = G \frac{Me}{R^2} \xrightarrow{R=Re+h} \frac{g_h}{g} = \left(\frac{Re}{Re+h} \right)^2 \xrightarrow{h=2Re} \frac{g_h}{g} = \frac{1}{9} \xrightarrow{g=10 \frac{N}{kg}} g_h = \frac{10}{9} \frac{N}{kg}$$

برای محاسبه دوره تناوب آونگ کم دامنه، داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g_h}{\ell}} \xrightarrow{\ell=2,5cm=0,025m} \omega = \sqrt{\frac{\frac{10}{9}}{0,025}} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3} \frac{rad}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6}{\frac{20}{3}} = \frac{9}{10} s$$

۴۴ گزینه ۲ قدم اول

دوره تناوب را می یابیم:

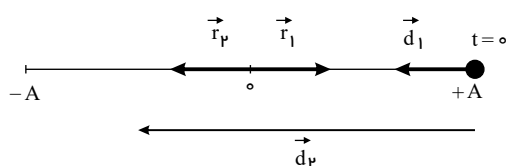
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12s$$

بردار جابه جایی را با $\vec{d}$ و بردار مکان را با $\vec{r}$ نمایش داده ایم.

قدم دوم

ابتدای بردار جابه جایی از $\begin{cases} t = 0 \\ x = +A \end{cases}$ رسم می شود و به مکان ذره در هر لحظه وصل می شود، ولی بردار مکان در هر لحظه از $x = 0$ آغاز می شود و به مکان ذره در هر لحظه متصل می شود.

قدم سوم

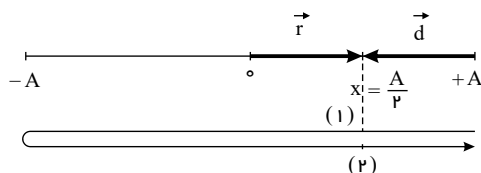


تنها در $x = \frac{A}{2}$ چنین اتفاقی می افتد. $|\vec{d}| = |\vec{r}|$

در هر دوره یعنی $\Delta t = 12s = T$ ، ۲ بار این اتفاق رخ می دهد.

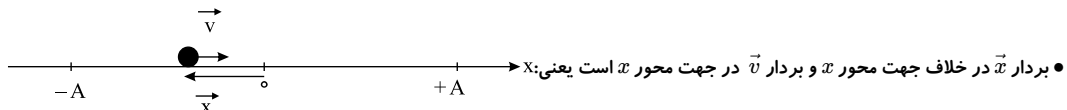
یکبار وقتی $x = \frac{A}{2}$ بوده و حرکت تندشونده دارد و با دیگر وقتی $x = \frac{A}{2}$ بوده و حرکت کندشونده است. در این لحظه،

$|\vec{r}| = |\vec{d}|$ است.



۴۵ گزینه ۱ نکات مورد توجه:

• آهنگ تغییرات سرعت = شتاب حرکت نوسانگر



نوسانگر در $x < 0$ به طرف مرکز نوسان پیش می رود. از این رو حرکتش تندشونده است.

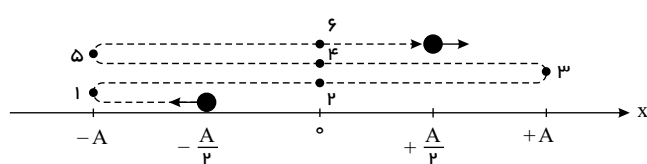
بنابراین سرعت نوسانگر افزایش می یابد.

• حرکت شتابدار است و سرعت روبه افزایش. طبق رابطه: $a = -\omega^2 x \rightarrow |a| \propto |x|$

$$\begin{cases} F_{net} = ma \\ F_e = -kx \end{cases} \rightarrow ma = -kx \rightarrow a = -\left(\frac{k}{m}\right)x \rightarrow |a| \downarrow$$

یعنی مقدار سرعت افزایش ولی بزرگی شتاب کاهش می یابد.

۴۶ گزینه ۲



(۱) علامت شتاب این نوسانگر در نقاط ۲ و ۴ و ۶ به دلیل تغییر در علامت x تغییر می کند ($a = -\omega^2 x$)

(به تعداد دفعاتی که از مرکز تعادل عبور می کند)

(۲) علامت سرعت نوسانگر در نقاط ۱ و ۳ و ۵ تغییر می کند. (در نقاط بازگشت جهت حرکت تغییر

می کند)

$$\begin{cases} \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{\Delta t}{\Delta x}}{\frac{\Delta t}{\Delta x}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{6A}{A} = 6 \\ \Delta x = \left(+\frac{A}{2}\right) - \left(-\frac{A}{2}\right) = A \end{cases}$$

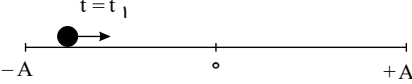
۴۷ گزینه ۴

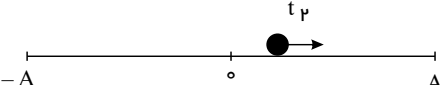
$$\rightarrow \begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{250}{0.04}} = \sqrt{\frac{25}{4}} \times 10^3 \\ |F| = kx \rightarrow |F_{max}| = kA \rightarrow k = \frac{|F_{max}|}{A} = \frac{10N}{4 \times 10^{-2}m} = 250 N/m \end{cases}$$

$$\rightarrow \omega = 25\sqrt{10} = 25\pi \text{ rad/s} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 25\pi \rightarrow T = \frac{2}{25} = \frac{8}{100} s \Rightarrow \boxed{T = \frac{8}{100} s}$$

طبق فرض، نوسانگر در مبدأ زمان بیشینه سرعت را دارد پس در مبدأ مکان قرار دارد. فرض می‌کنیم که در ابتدا جهت حرکت آن به سمت $-A$ باشد:

برای بررسی نوع حرکت بازه‌های زمانی $\frac{T}{4}$ را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که به ازای هر $\frac{T}{4}$ (با توجه به اینکه شروع حرکت از مبدأ می‌باشد)، نوع حرکت عوض می‌شود:

$$\Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{8}{4} = 2s \rightarrow \frac{T}{4} < \underbrace{\frac{8}{300}}_{t_1} s = \frac{8}{24} T < \frac{2T}{4} \Rightarrow$$


$$t_r = \frac{8}{300} \rightarrow \frac{t_r}{T} = \frac{\frac{8}{300}}{\frac{8}{100}} = \frac{13}{24} \Rightarrow t_r = \frac{13}{24} T \Rightarrow$$


$$\frac{2T}{4} = \frac{12T}{24} < \frac{13T}{24} < \frac{18T}{24} = \frac{3T}{4}$$

حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده می‌باشد.

۴۸ گزینه ۲ تندی نوسانگر هماهنگ ساده در هنگام عبور از مرکز نوسان (نقطه تعادل)، بیشینه مقدار ممکن است. از طرفی با توجه به این که نوسانگر در هر دوره، دو بار طول پاره‌خط نوسان را به‌طور کامل می‌پیماید، دوره نوسان‌های نوسانگر برابر با یک ثانیه خواهد بود. لذا می‌توان نوشت:

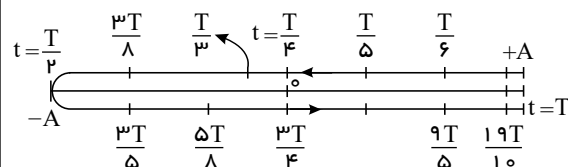
$$\frac{T}{2} = 0.5 \Rightarrow T = 1s$$

$$A = \frac{L}{2} = \frac{1}{2} = 0.5cm$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.5 \times 2\pi = \pi \frac{cm}{s}$$

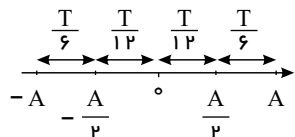
۴۹ گزینه ۱ هنگامی که نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد. در حرکت نوسانی ساده، همواره جهت بردار شتاب به سمت مرکز نوسان است؛ بنابراین همواره علامت مکان و شتاب مخالف یکدیگر است. پس هنگامی که $x < 0$ باشد $a > 0$ خواهد بود. با توجه به گزینه‌ها مکان نوسانگر را در هر بازه زمانی روی پاره‌خط نوسان مشخص می‌کنیم.



۵۰ گزینه ۲ نوسانگر در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ در مکان‌های منفی قرار دارد. در بازه $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ سرعت منفی و شتاب مثبت است، پس حرکت کندشونده و مکان هم منفی است.

۵۱ گزینه ۱ در حرکت نوسانی ساده، زمانی که نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، حرکت آن کندشونده خواهد بود. در این حالت بردارهای مکان و سرعت نوسانگر هم‌جهت با یکدیگر هستند. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده مطابق رابطه $a = -\omega^2 x$ همواره بردارهای مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

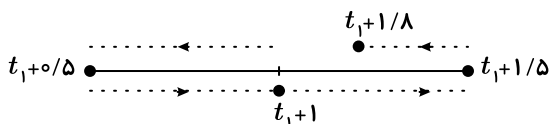
۵۲ گزینه ۲



حداقل زمان لازم مربوط به حالتی است که نوسانگر بدون تغییر جهت از مکان $x = +\frac{A}{2}$ به مکان $x = -\frac{A}{2}$ برود.
با توجه به شکل، کمترین زمان لازم برای رسیدن نوسانگر از زمان $+\frac{A}{2}$ به مکان $-\frac{A}{2}$ برابر $\frac{1}{6}s$ است.
 $\frac{2T}{12} = \frac{2 \times 0.1}{12} = \frac{1}{60}s$

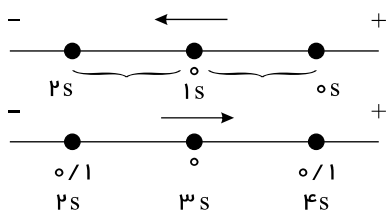
۵۳ گزینه ۲

اگر مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر در نظر بگیریم در بازه‌هایی که از مرکز نوسان دور می‌شود، حرکتش کندشونده است.
یعنی در کل، در مدت ۱ ثانیه حرکتش کندشونده است.

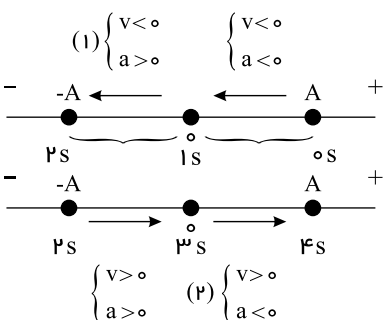


۵۴ گزینه ۲

$$(1) \begin{cases} t = 1s \\ t = 2s \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$



$$(2) \begin{cases} t = 3s \\ t = 4s \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v > 0 \\ a < 0 \end{cases}$$



۵۵ گزینه ۳ عبارت‌های الف و د صحیح است.

عبارت ب: جابه‌جایی در یک نوسان کامل صفر است.

عبارت ج: در دو انتهای مسیر نوسان مکان، شتاب و نیرو بیشینه و سرعت صفر است و در مرکز نوسان سرعت بیشینه و مکان و شتاب و نیرو صفر هستند.

۵۶ گزینه ۳ هر نوسان کامل، شامل ۲ بار طی کردن پاره‌خط نوسان می‌شود. در نتیجه این نوسانگر در مدت ۱ ثانیه، ۲۵ نوسان کامل را انجام می‌دهد.

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{25}$$

در نقطه تعادل، مقدار تکانه بیشینه است و همچنین در نقاط بازگشت (دامنه)، مقدار شتاب بیشینه است.

$$\begin{cases} p_{max} = p' = mAw \\ a_{max} = a' = A\omega^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p'}{a'} = \frac{m}{\omega} \Rightarrow \frac{p'}{a'} = \frac{m}{\frac{2\pi}{T}} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{m}{\frac{2 \times 3}{25}} \Rightarrow m = 150 \times 10^{-3} kg = 150g$$

۵۷ گزینه ۳ گام اول

وقتی می‌گوییم ۶۰ بار طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند یعنی ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. پس می‌توان دوره نوسان و بسامد زاویه‌ای را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{30} = 2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = \pi rad/s}$$

$$\text{طول پاره‌خط نوسان} = 2A = 50cm \Rightarrow A = 25cm \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{4}m} \Rightarrow \boxed{A = 0.25m}$$

گام دوم

$$v_{max} = A\omega = \frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4} (m/s) \xrightarrow{\pi \approx 3} \boxed{v_{max} = 0.75m/s}$$

بنابراین: $v \leq v_{\max} = 0.75 m/s$

گام سوم

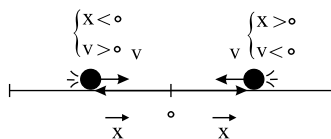
اگر بردار مکان را با $\vec{r}$ نشان دهیم داریم: $|\vec{r}| \leq A = 0.25 m$
توجه: البته بین $\vec{v}$ در هر لحظه و مکان نوسانگر x رابطه: $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ وجود دارد که این موضوع خارج از کتاب درسی است، اما گزینه‌ها به گونه‌ای است که نیازی به استفاده از رابطه فوق نیست. دقت کنیم علامت $\vec{v}$ و $\vec{r}$ به هم وابسته نمی‌باشند.

۵۸ گزینه ۴ نکات مورد توجه:

(۱) در حرکت نوسانی ساده، انرژی مکانیکی نوسانگر ثابت است. به عبارتی مقدار افزایش انرژی جنبشی نوسانگر برابر با مقدار کاهش انرژی پتانسیل آن است و بالعکس. بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست هستند.

(۲) با کاهش شتاب نوسانگر طبق رابطه: $F_{\text{net}} = F_e \rightarrow ma = -kx \rightarrow a = -(\frac{k}{m})x \rightarrow a = -\omega^2 x$ مقدار x هم کاهش می‌یابد. یعنی نوسانگر به طرف مرکز نوسان در حال حرکت است. بنابراین انرژی پتانسیل کاهش و انرژی جنبشی نوسانگر افزایش می‌یابد. یعنی گزینه (۱) نادرست است.

(۳) اگر بردار مکان را با $\vec{x}$ و سرعت نوسانگر با $\vec{v}$ نمایش دهیم:
 $\vec{x}$ و $\vec{v}$ در خلاف جهت یکدیگر هستند.



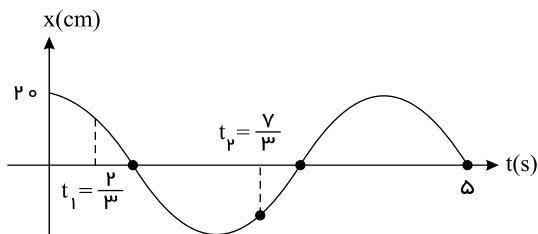
۵۹ گزینه ۱ با توجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ بردار مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین در لحظه‌هایی که بردار سرعت و مکان نوسانگر با یکدیگر هم‌جهت هستند، بردار سرعت و شتاب خلاف جهت یکدیگرند و لذا نوع حرکت نوسانگر کندشونده و در حال دور شدن از مرکز نوسان است. بنابراین انرژی جنبشی آن در این لحظه‌ها، با گذشت زمان کاهش می‌یابد و مطابق رابطه $|a| = |\omega^2 x|$ با افزایش x اندازه شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

۶۰ گزینه ۱ معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta}{T} T &= \Delta s \Rightarrow T = 4s \\ A &= 20 \text{ cm} \\ x &= A \cos \frac{2\pi}{T} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(\text{cm}) = 20 \cos \frac{2\pi}{4} t \Rightarrow x(\text{cm}) = 20 \cos \frac{\pi}{2} t$$

حال مکان نوسانگر را در لحظه‌های t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

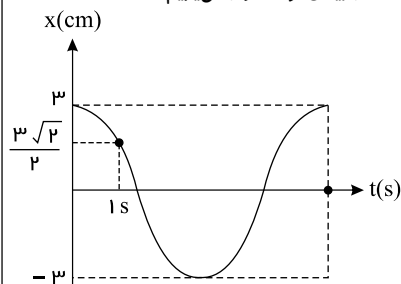
$$x_1(\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3}\right) = 20 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 10 \text{ cm}$$



$$x_2(\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{4}{3}\right) = 20 \cos \frac{2\pi}{3} = 20 \times \left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x_2 = -10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -10\sqrt{3} - 10 = -10(1 + \sqrt{3})$$

۶۱ گزینه ۲ با توجه به نمودار سوال، دامنه نوسان 3 cm است و با قرار دادن مشخصات نقطه داده شده روی نمودار در معادله مکان - زمان بسامد زاویه‌ای نوسانگر را می‌یابیم:



$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^{-2} = 3 \times 10^{-2} \times \cos(\omega \times 1) \Rightarrow \cos(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

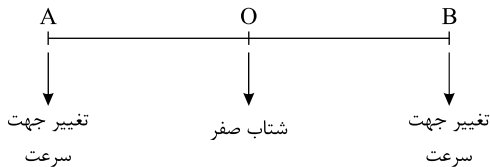
حال تمامی متغیرهای لازم برای نوشتن معادله مکان - زمان را داریم که با قرار دادن $t = \frac{20}{3}s$ داده شده در معادله مکان آن را به دست می آوریم:

$$x = 3 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 3 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{4} \times \frac{20}{3}\right) \Rightarrow x = 3 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 1,5cm$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۶۲ گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسئله دامنه و دوره تناوب را به دست می آوریم:



$$AB = 10cm \Rightarrow A = 5cm = 5 \times 10^{-2}m$$

$$t_{BO} + t_{OA} = 5s \Rightarrow \frac{T}{2} = 5 \Rightarrow T = 10s$$

معادله مکان نوسانگر را می نویسیم و سپس x_2 را به دست می آوریم:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x_2 = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{10}t_2\right) \quad (I)$$

حال $t_2 = 8,75s$ را در معادله (I) قرار می دهیم:

$$x_2 = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{10} \times 8,75\right) = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)$$

$$x_2 = 5 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}m = \frac{5\sqrt{2}}{2}cm$$

۶۳ گزینه ۳

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \ell = S_{av} \Delta t = 10 \times 0,3 = 3cm$$

نوسانگر در مدت زمان ۳ ثانیه که معادل یک دوره نوسان است. مسافتی به اندازه ۴A را پیموده است:

$$\ell = 4A \rightarrow 3 = 4A \rightarrow A = \frac{3}{4}cm = 0,75cm$$

چون دوره نوسان نوسانگر برابر ۳ ثانیه است، پس در $\frac{3}{4}T = 0,75s$ در مکان $x = 0$ می باشد و جابه جایی آن برابر $\Delta x = -0,75cm$ است. در نهایت داریم:

$$\Delta x = x - x_0 = 0 - 0,75 = -0,75cm \rightarrow |\Delta x| = 0,75cm$$

۶۴ گزینه ۲ می دانیم که رابطه بین بردار شتاب و بردار مکان نوسانگر به صورت زیر به دست می آید:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= -k\vec{x} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned} \right\} \rightarrow m\vec{a} = -k\vec{x} \rightarrow \vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{x} \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \vec{a} = -\omega^2\vec{x} \rightarrow |\vec{a}| = \omega^2|\vec{x}|$$

بنابراین در ابتدا بسامد زاویه ای و پس از آن بزرگی شتاب را به صورت زیر می یابیم:

$$t_2 = \frac{5T}{4} \rightarrow \frac{5T}{4} = 1 \rightarrow T = 0,8s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,8} = \frac{10}{4}\pi = \frac{5}{2}\pi \frac{rad}{s}$$

$$|\vec{a}| = +\omega^2|\vec{x}| \rightarrow a = \frac{25}{4}\pi^2 \times 4\sqrt{3} = 250\sqrt{3} \frac{cm}{s^2} = 2,5\sqrt{3} \frac{m}{s^2}$$

۶۵ گزینه ۲ می دانیم حداقل زمان لازم برای جابه جایی نوسان گر، بین یک نقطه با نقطه ای که مکان و سرعتش قرینه نقطه اول باشد، معادل $\Delta t = \frac{T}{2}$ (نصف دوره تناوب) است؛ بنابراین با توجه به

نمودار مکان - زمان داده شده داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \xrightarrow[t_2=0,8s, t_1=0,2s]{} 0,8 - 0,2 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 1,2s$$

از طرفی، مسافتی که نوسانگر در این مدت پیموده، معادل ۲A است؛ بنابراین:

$$\ell = 2A \xrightarrow{\ell=6cm} 6 = 2A \Rightarrow A = 3cm$$

حال برای تعیین بیشینه تندی نوسانگر داریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=3\text{cm}} v_{\max} = 3 \times \frac{5\pi}{3} \Rightarrow v_{\max} = 5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.2} = \frac{5\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

۶۶ گزینه ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان، دوره تناوب برابر است با:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{100} \Rightarrow T = 0.04\text{s}$$

بنابراین لحظه t_p برابر است با:

$$t_p = \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \times 0.04 \Rightarrow t_p = \frac{3}{100}\text{s}$$

از طرفی داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.04} \Rightarrow \omega = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

بنابراین برای محاسبه لحظه t_1 ، می توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 2 = 3 \cos(50\pi t_1) \Rightarrow \cos(\pi t_1) = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 50\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{150}\text{s}$$

در بازه زمانی t_1 تا t_p ، مسافت طی شده توسط متحرک، برابر است با:

$$\ell = 2 + 3 + 3 = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$$

بنابراین تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_p برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.1}{\frac{3}{100} - \frac{1}{150}} \Rightarrow s_{av} = \frac{30}{7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۷ گزینه ۳ با استفاده از رابطه تندی متوسط می توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{I}{\Delta t} \Rightarrow I = s_{av} \Delta t = 5 \times 0.4 = 2\text{cm}$$

با توجه به نمودار، متحرک در مدت زمان ۴ ثانیه، مسافتی به اندازه $4A$ را پیموده است. بنابراین داریم:

$$I = 4A \Rightarrow 2 = 4A \Rightarrow A = 0.5\text{cm}$$

چون دوره متحرک برابر با ۴ ثانیه است، پس در $0.3\text{s} = \frac{3}{4}T = t$ در مکان $x = 0$ قرار دارد و اندازه جابه جایی آن برابر 5cm می باشد.

۶۸ گزینه ۲ با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{T}{4} = 0.1\text{s} \Rightarrow T = 0.4\text{s}$$

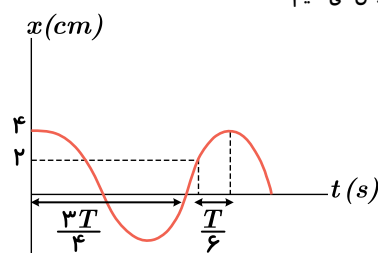
پس می دانیم:

$$x = A \cos \omega t$$

$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3}\text{rad}$$

$$t = \frac{\pi}{3\omega} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} t = \frac{\pi T}{3 \times 2\pi} = \frac{T}{6}\text{s}$$

$$t_1 + \frac{T}{6} = T \Rightarrow t_1 = \frac{5T}{6} \xrightarrow{T=0.4\text{s}} t_1 = \frac{1}{3}\text{s}$$



۶۹ گزینه ۲ ابتدا زمانی که طول می کشد تا نوسانگر به $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برسد و در ادامه، زمان لازم برای آن که دومین بار به $x = 0$ برسد را محاسبه می کنیم و زمان های به دست آمده را از هم کم می کنیم (توجه کنید که $T = \frac{1}{10}\text{s}$ می باشد).

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \frac{2\pi}{10}t_1$$

$$\Rightarrow \cos 20\pi t_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 20\pi t_1 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{24}\text{s}$$

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t_v = 0 \Rightarrow A \cos \frac{2\pi}{T} t_v = 0 = \cos \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \right)$$

چون برای دومین بار به نقطه $x = 0$ می‌رسد، پس داریم:

$$\frac{2\pi}{T} t_v = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t_v = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \times \frac{1}{1.0} = \frac{3}{4.0} s \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4.0} \neq \frac{1}{2.4} = \frac{1}{3.0} s$$

۷۰ گزینه ۱ باتوجه به نمودار داده شده دوره نوسان هر دو نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T_A}{4} = 1.5 ms \Rightarrow T_A = 6.0 ms$$

$$\frac{\Delta T_A}{4} = \frac{3T_B}{4} \Rightarrow T_B = \frac{5}{3} T_A = \frac{5}{3} \times 6.0 = 10.0 ms$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n_A - n_B = 3.0 \Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = 3.0 \Rightarrow \frac{t}{6.0} - \frac{t}{10.0} = 3.0 \Rightarrow t = 45.0 ms = 4.5 s$$

۷۱ گزینه ۱ ابتدا از فرمول $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ مقدار k را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} T = 0.4 s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} = \pi & (1) \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{0.2}} & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \pi = \sqrt{\frac{k}{0.2}} \Rightarrow \pi^2 = \frac{k}{0.2} \Rightarrow k = \frac{\pi^2}{4} \times \frac{2}{1.0} \Rightarrow k = \pi^2 \frac{N}{m}$$

چون k برحسب $\frac{N}{m}$ به‌دست آمده اما سؤال $\frac{N}{cm}$ خواسته است پس:

$$k = \pi^2 \left(\frac{N}{m} \right) = \frac{\pi^2 \times N}{1m} \times \frac{1m}{100cm} = \pi^2 \times 10^{-2} \times \left(\frac{N}{cm} \right) \xrightarrow{\pi^2=10} k = 0.5 \frac{N}{cm}$$

برای محاسبه مسافت طی‌شده، بازه 0.6 ثانیه را به دو بازه 0.4 ثانیه و 0.2 ثانیه تقسیم می‌کنیم. در بازه اول (0.4 ثانیه):

$$A = \frac{10}{2} = 5 cm$$

$$T = 0.4 s \Rightarrow \Delta x_1 = 4A \longrightarrow \Delta x_1 = 4 \times 5 = 20 cm$$

بازه دوم (0.2 ثانیه) نصف دوره است، پس مسافت طی‌شده برابر است با $\Delta x = 2A$:

$$\Delta x_v = 2 \times 5 = 10 cm$$

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_v \Rightarrow \Delta x_T = 20 + 10 = 30 cm \Rightarrow \Delta x_T = 0.3 m$$

۷۲ گزینه ۱

در جابه‌جایی از x_1 تا $x = 0$ تنها نیرویی که کار انجام می‌دهد نیروی فنر است و تغییرات انرژی جنبشی برابر با کار نیروی فنر در این جابه‌جایی است، پس:

$$v_{x=0} = v_{max} = A\omega = \frac{0.2}{2} \times \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow v_{x=0} = 0.1 \times \sqrt{\frac{20}{0.2}} = 1 \frac{m}{s}$$

$$W_{Fc} = k_{x=0} - k_{x_1} \Rightarrow W_{Fc} = \frac{1}{2} m (v_{x=0}^2 - v_{x_1}^2) = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (1^2 - (0.5)^2) = \frac{3}{40} J$$

۷۳

گزینه ۱ از مقایسه معادله حرکت نوسانی برای جسم m_1 با رابطه $x = A \cos(\omega t)$ متوجه می‌شویم که $\omega = \frac{\pi}{2}$ است و از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 s$$

مسافتی که جسم m_1 در مدت صفر تا $4 s$ که برابر یک دوره است طی می‌کند به اندازه $4A$ است. به‌صورت زیر برای مقایسه دوره‌های دو جسم داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{K=\text{یکسان}} \frac{T_v}{T_1} = \sqrt{\frac{m_v}{m_1}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{1}{2}$$

$$T_1 = 4 s \Rightarrow T_v = \frac{T_1}{2} = \frac{4}{2} = 2 s$$

دوره تناوب جسم m_v نصف دوره تناوب جسم m_1 است و با توجه به یکسان بودن دامنه نوسان برای این دو جسم؛ در نتیجه در مدتی که جسم m_1 یک نوسان کامل انجام می‌دهد، جسم m_v دو نوسان کامل انجام می‌دهد؛ پس مسافت طی شده در $4 s$ برای جسم دوم برابر با $8A$ است.

$$\frac{x_1}{x_v} = \frac{4A}{8A} = \frac{1}{2}$$

۷۴ گزینه ۱ ابتدا از فرمول $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ استفاده می‌کنیم و نسبت جرم‌ها را برحسب ω بدست می‌آوریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega_1^2 \times m_1 = k \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega_2^2 \times m_2 = k \end{cases} \Rightarrow \omega_1^2 \times m_1 = \omega_2^2 \times m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \quad (1)$$

با توجه به رابطه (۱) اگر ما ω را در هر دو حالت محاسبه کنیم می‌توانیم نسبت جرم‌ها را به دست بیاوریم و برای این منظور از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ برای محاسبه ω استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{2\pi}{T_1} \xrightarrow{T_1 = \frac{1}{15}s} \omega_1 = \frac{2\pi}{\frac{1}{15}} = 30\pi \frac{rad}{s} \\ \omega_2 &= \frac{2\pi}{T_2} \xrightarrow{T_2 = \frac{1}{25}s} \omega_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{25}} = 50\pi \frac{rad}{s} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(1)} \frac{m_1}{m_2} = \frac{(50\pi)^2}{(30\pi)^2} = \frac{25 \times 10^2 \pi^2}{9 \times 10^2 \pi^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{25}{9}$$

۷۵ گزینه ۱ پس از جدا شدن بخشی از وزنه، باقی‌مانده وزنه با همان دامنه به حرکت نوسانی خود ادامه می‌دهد.

حال برای نوسانگر دوم که به فنری مشابه متصل شده و نوسان می‌کند، داریم:

$$k = m\omega^2 = m'\omega'^2 = \frac{1}{9}m\omega'^2$$

$$\frac{\omega'^2}{\omega^2} = 9 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\omega'}{\omega} = 3 \quad (I)$$

حال برای مقایسه دو سامانه داریم:

$$12cm : \text{نوسانگر با دامنه } v_{max} = A\omega = (12cm)\omega$$

$$x : \text{نوسانگر با دامنه } v_{max} = X\omega'$$

از مقایسه ۲ حالت داریم:

$$(12cm)\omega = X\omega' \Rightarrow \frac{\omega'}{\omega} = \frac{12}{X} \xrightarrow{(I)} 3 = \frac{12}{X} \Rightarrow X = 4cm$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۷۶ گزینه ۳ ابتدا دوره نوسان هر یک از نوسانگرها را به دست می‌آوریم. نوسانگر شکل الف را نوسانگر (۱) و نوسانگر شکل ب را نوسانگر (۲) می‌نامیم پس:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \end{aligned}$$

بنابراین دوره نوسان دو نوسانگر با هم برابر است. ($T_1 = T_2$)

مدت زمان رسیدن نوسانگر از نقطه بازگشت تا نقطه تعادل بدون تغییر جهت برابر با $\frac{T}{4}$ است، پس:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{T_1}{4}}{\frac{T_2}{4}} = 1$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۷۷ گزینه ۱ با توجه به شکل زمان یک بار نوسان کامل برای جسم m_2 نصف زمان یک بار نوسان کامل برای m_1 است پس:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 2$$

از فرمول $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و نسبت جرم‌های دو جسم به راحتی می‌توان ضریب سختی را محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_2}{\omega_1} &= 2 \quad \text{و} \quad \frac{m_1}{m_2} = 2 \\ \omega_1 &= \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \Rightarrow \omega_1^2 \times m_1 = k_1 \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \Rightarrow \omega_2^2 \times m_2 = k_2 \\ \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} &= \frac{\omega_1^2 \times m_1}{\omega_2^2 \times m_2} = \frac{1 \times 2}{4 \times 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۷۸ گزینه ۱ هنگامی که در هر ثانیه یک بار طول پاره خط را طی می کند پس در هر دو ثانیه یک نوسان کامل انجام می دهد یعنی $T = ۲s$:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \text{ rad/s} \rightarrow v_{max} = A\omega$$

$$A = \frac{\text{طول پاره خط}}{۲} = \frac{\lambda}{۲} = ۴ \rightarrow v_{max} = ۴ \text{ cm} \times \pi \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow v = ۴\pi \frac{\text{cm}}{s}$$

۷۹ گزینه ۲ می دانیم که دوره تناوب یک سامانه جرم - فنر از رابطه $T = ۲\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ محاسبه می شود؛ بنابراین برای جرم های m_1 و $m_۲$ داریم:

$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \begin{cases} T_1^۲ = ۴\pi^۲ \frac{m_1}{k} \Rightarrow m_1 = \frac{k}{۴\pi^۲} T_1^۲ \quad (۱) \\ T_۲^۲ = ۴\pi^۲ \frac{m_۲}{k} \Rightarrow m_۲ = \frac{k}{۴\pi^۲} T_۲^۲ \quad (۲) \\ T^۲ = ۴\pi^۲ \frac{m_1 + m_۲}{k} \Rightarrow m_1 + m_۲ = \frac{k}{۴\pi^۲} T^۲ \quad (۳) \end{cases}$$

با قرار دادن مقادیر $m_۲$ و m_1 از معادله های (۱) و (۲) در معادله (۳) داریم:

$$\frac{k}{۴\pi^۲} T_1^۲ + \frac{k}{۴\pi^۲} T_۲^۲ = \frac{k}{۴\pi^۲} T^۲ \Rightarrow T^۲ = T_1^۲ + T_۲^۲ \Rightarrow T = \sqrt{T_1^۲ + T_۲^۲}$$

۸۰ گزینه ۲ ابتدا لحظه های $t_۲$ و t_1 را بر حسب دوره نوسان محاسبه می کنیم.

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{۳}}{۲} A} \frac{\sqrt{۳}}{۲} A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos \frac{\pi}{۶} = \cos \omega t_1 \rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{۶} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{۱۲}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x = -\frac{1}{۲} A} -\frac{1}{۲} A = A \cos \omega t_۲ \Rightarrow \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = \cos \omega t_۲ \Rightarrow \omega t_۲ = \frac{۴\pi}{۳} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T} t_۲ = \frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow t_۲ = \frac{۲T}{۳}$$

در ادامه با توجه به فاصله زمانی داده شده در نمودار داریم:

$$\Delta t = t_۲ - t_1 = ۰٫۳۵s \xrightarrow{t_۲ = \frac{۲T}{۳}, t_1 = \frac{T}{۱۲}} \frac{۲T}{۳} - \frac{T}{۱۲} = ۰٫۳۵ \Rightarrow \frac{۷T}{۱۲} = ۰٫۳۵ \Rightarrow T = ۰٫۶s$$

در آخر داریم:

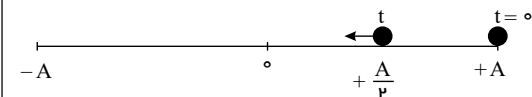
$$T = ۲\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow ۰٫۶ = ۲\pi \sqrt{\frac{۰٫۷۲}{k}} \Rightarrow ۰٫۳۶ = ۴\pi^۲ \times \frac{۰٫۷۲}{k} \xrightarrow{\pi^۲ = ۱۰} k = ۸۰ \frac{N}{m}$$

۸۱ گزینه ۳ زمان های طلایی در مکان های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = ۰$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{۲}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{۲} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{۲} \rightarrow \omega t = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = ۰$ و $(+\frac{\pi}{۳})$ جایگزین می گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{۳} \rightarrow \frac{۲\pi}{T} t = \frac{\pi}{۳} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{۶}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{۲}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{۳}}{۲} A$ برای اولین بار پس از $t = ۰$ مد نظر بود:

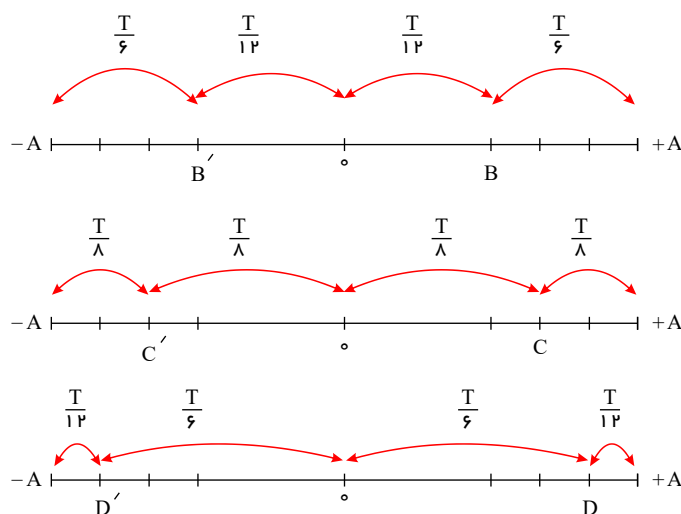
$$\omega t = \frac{\pi}{۶} \rightarrow \frac{۲\pi}{T} t = \frac{\pi}{۶} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{۱۲}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x_0 = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می توان استفاده نمود:

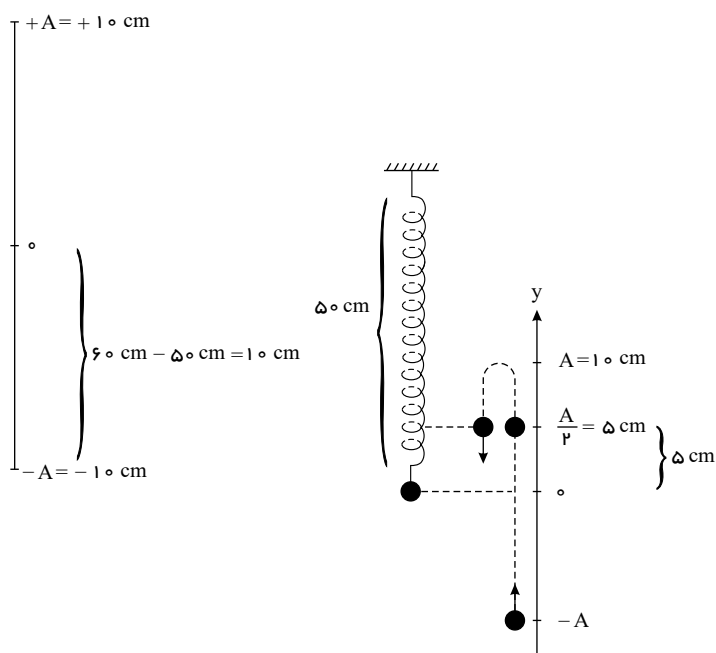
x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



نکات مورد توجه:

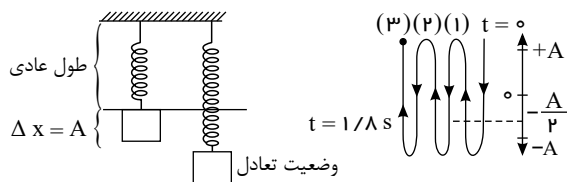
(1) طبق اطلاعات تست، دامنه نوسان برابر 1 cm است.

(2) هنگامی که طول فنر 45 cm می رسد فاصله نوسانگر از مرکز نوسان نصف دامنه نوسان ($A = 1\text{ cm}$) است. بنابراین:



$$\left\{ \begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2 \times 0.4}{3} = \frac{4}{15} \text{ s} \\ T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{10} \times \sqrt{\frac{400 \times 10^{-3}}{100}} = 2\sqrt{10} \times 2\left(\frac{1}{10\sqrt{10}}\right) = 0.4 \text{ s} \end{aligned} \right.$$

اگر جسم را از طول عادی رها کنیم، $mg = F_e$ بیشترین تغییر طول فنر برابر با دامنه نوسان خواهد بود:



$$\Rightarrow mg = k\Delta x, \Delta x = A \xrightarrow{\Delta x = A} 0.9 \times 10 = 100A \Rightarrow A = 9cm$$

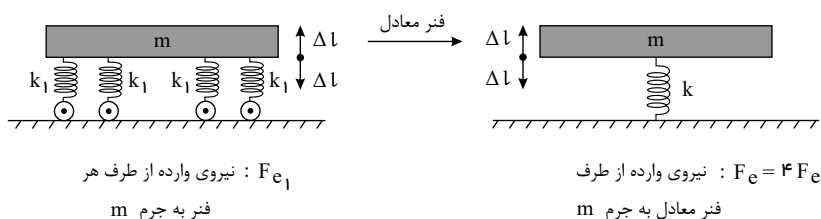
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.9}{100}} = \frac{2\pi \times 3}{10\sqrt{10}} = 0.6s$$

$$\Delta t = 1.8s \xrightarrow{T=0.6s} 1.8s = 3T$$

$$3 \times 4A \leftarrow \text{سه نوسان کامل} \leftarrow \text{مسافت}$$

$$d = 12A = 12 \times 9 = 108cm$$

۸۳ گزینه ۲ این ۴ فنر مشابه تغییر طولهای یکسانی هنگام نوسان «خودرو» دارند:



$F_e = 4F_{e1}$: نیروی وارده از طرف هر فنر به جرم m

$F_e = 4F_{e1}$: نیروی وارده از طرف فنر معادل به جرم m

$$\rightarrow k\Delta l = 4k_1\Delta l \rightarrow \boxed{k = 4k_1}$$

اگر k_1 را ۴۴ درصد افزایش دهیم:

$$k'_1 = k_1 + 0.44k_1 = 1.44k_1$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k_1}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4(1.44k_1)}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{1.44}} = \sqrt{\frac{100}{144}} = \frac{10}{12} \rightarrow \frac{T'}{1.2} = \frac{10}{12} \rightarrow \boxed{T' = 1s}$$

$$\Delta T = 1 - 1.2 = -0.2s$$

۸۴ گزینه ۴ در یک ساعت اگر عقربه کندتر از حالت معمول حرکت کند، ساعت عقب می‌افتد و اگر عقربه تندتر از حالت معمول حرکت کند، ساعت جلو می‌افتد. اگر دوره نوسانهای وزنه - فنر کاهش یابد، نوسان سریع‌تر انجام می‌شود، بنابراین عقربه ثانیه‌شمار تندتر حرکت می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.

اگر دوره نوسانهای وزنه - فنر افزایش یابد، نوسان کندتر انجام می‌شود. بنابراین عقربه کندتر حرکت می‌کند و ساعت عقب می‌افتد.

در نوسانگر وزنه - فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. بنابراین:

گزینه ۱، غلط است: m افزایش یابد $\Rightarrow$ ساعت عقب می‌افتد.

گزینه ۲، غلط است: k کاهش یابد $\Rightarrow$ ساعت عقب می‌افتد.

به همین ترتیب گزینه ۳، غلط است و گزینه ۴، صحیح است.

۸۵ گزینه ۱ با توجه به رابطه دوره و بسامد داریم:

$$\left. \begin{aligned} T_A &= T_B - 0.2 \\ f_B &= f_A - 0.2f_A = 0.8f_A \end{aligned} \right\} \xrightarrow{T=\frac{1}{f}} \frac{T_B}{T_A} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \frac{T_B}{T_B - 0.2} = \frac{f_A}{0.8f_A} \Rightarrow 0.8T_B = T_B - 0.2 \Rightarrow T_B = 1s \xrightarrow{T_A=T_B-0.2} T_A = 0.8s$$

اکنون تفاوت تعداد نوسانهای کامل A و B را به دست می‌آوریم:

$$n_A - n_B = \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} \xrightarrow{t=1min=60s, T_A=0.8s, T_B=1s} n_A - n_B = \frac{60}{0.8} - \frac{60}{1} = 75 - 60 = 15$$

بنابراین نوسانگر A در مدت یک دقیقه ۱۵ نوسان بیش‌تر انجام می‌دهد.

۸۶ گزینه ۴ در ابتدا ثابت فنر را می‌یابیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0.6 = 2 \times 3\sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow k = 500 \frac{N}{m}$$

در حالت تعادل داریم:

$$F_e = W \Rightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow 500 \times \Delta\ell = 5 \times 10 \Rightarrow \Delta\ell = 0.1m = 10cm$$

۸۷ گزینه ۴ ابتدا طول فنر را در حالتی که جسم در حالت تعادل قرار دارد به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{\lambda + 12}{2} = 10cm \Rightarrow \Delta x = 10 - 9 = 1cm$$

اکنون مطابق رابطه فنر داریم:

$$mg = k\Delta x \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta x} \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta x}} \xrightarrow[\substack{\Delta x = 1cm = 0.01m \\ g = 10 \frac{N}{kg}}]{\Delta x = 1cm = 0.01m} \sqrt{\frac{10}{0.01}} = 10\sqrt{10} \frac{rad}{s}$$

اکنون دامنه حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\ell_{max} - \ell_{min}}{2} = \frac{12 - 8}{2} = 2cm$$

$$v_{max} = A\omega \xrightarrow[\substack{A = 2cm \\ \omega = 10\sqrt{10} \frac{rad}{s}}]{A = 2cm} v_{max} = 20\sqrt{10} \frac{cm}{s}$$

۸۸ گزینه ۴ با توجه این که دوره نوسانات ۲۵ درصد افزایش می‌یابد، می‌توان نوشت:

$$T_2 = T_1 + \frac{25}{100}T_1 = \frac{5}{4}T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4}$$

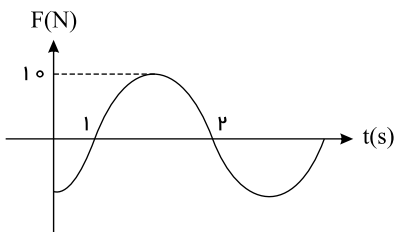
با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ و ثابت ماندن k می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{m_2}{240}} \Rightarrow m_2 = 375g$$

یعنی باید به اندازه $\Delta m = 375 - 240 = 135g$ به جرم وزنه قبلی اضافه کنیم. دقت شود چون واحدها یکسان است، در نسبت گیری نیازی به تبدیل واحد نیست.

۸۹ گزینه ۳ با توجه به نمودار از ثانیه ۱ تا ثانیه ۲، مدت زمانی معادل $\frac{T}{2}$ طول می‌کشد، پس:

$$F_{max} = 10N$$



$$\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \pi \frac{rad}{s}$$

$$F_{max} = mA\omega^2 \Rightarrow 10 = 1 \times A \times \pi^2 \xrightarrow{\pi^2=10} A = 1m$$

$T = 2s$ پس در $4s$ نوسانگر $2T$ حرکت می‌کند. اگر در هر دوره مسافتی معادل $4A$ را طی می‌کند، در مدت دو دوره، مسافتی معادل $8A$ را می‌پیماید. یعنی:

$$T \alpha 4A \Rightarrow 2T \alpha 8A \xrightarrow{A=1} 2 \times 1 = 2m$$

۹۰ گزینه ۱ با توجه به این که مسافت طی شده در هر نوسان کامل ۴ برابر دامنه است، پس طبق صورت سؤال دامنه نوسان $20cm$ است، یعنی:

$$یک دور نوسان کامل = 4A \Rightarrow 80 = 4A \Rightarrow A = 20cm$$

$$\omega = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5 \frac{rad}{s}$$

حال معادله حرکت را نوشته و مکان نوسانگر را در لحظه موردنظر می‌یابیم.

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\Delta t) \xrightarrow{t = \frac{\pi}{15}s} x = 0.2 \cos\left(5 \times \frac{\pi}{15}\right) = 0.2 \cos \frac{\pi}{3} = 0.2 \times \frac{1}{2} = 0.1m$$

و در نهایت برای تعیین بزرگی شتاب نوسانگر داریم:

$$a = -\omega^2 x \rightarrow |a| = (5)^2 (0.1) \rightarrow |a| = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

۹۱ گزینه ۳ ابتدا دوره نوسان و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم. نوسانگر در هر دقیقه ۳۰۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده است. تعداد نوسان ۱۵۰ = $\frac{300}{2}$ را انجام داده است. بنابراین دوره و بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{150} = 0.4s, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

ثابت فنر را به دست می‌آوریم. طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow 5\pi = \sqrt{\frac{k}{0.2}} \rightarrow k = 5\pi^2 N/m$$

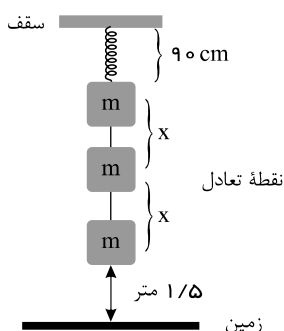
با استفاده از رابطه $\vec{F} = -kx$ بردار نیروی وارد بر نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F} = -kx = -5\pi^2 \times \frac{2}{100} \vec{i} = -0.1\pi^2 \vec{i} N$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۹۲ گزینه ۲

ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم و برآیند نیروهای وارد بر جسم را در نقطه تعادل می‌نویسیم:
چون در نقطه تعادل شتاب صفر است پس:



$$F - mg = ma \rightarrow F - mg = 0 \rightarrow F = mg = 10m \rightarrow kx = 10m \xrightarrow{k=100 \frac{N}{m}} x = \frac{m}{10} \quad (I)$$

میزان کشیدگی فنر نسبت به حالت تعادل را که برابر همان دامنه نوسان است از معادله (I) می‌یابیم:

$$90 + 2x + 150 = 250 \Rightarrow x = 5cm = 0.05m$$

$$x = \frac{m}{10} \Rightarrow 0.05 = \frac{m}{10} \Rightarrow m = 0.5kg$$

۹۳ گزینه ۱ در ابتدا معادله حرکت نوسانگر را می‌نویسیم. سپس در لحظه موردنظر، مکان نوسانگر و پس از آن شتاب را می‌یابیم:

$$\frac{T}{2} = 24 \rightarrow T = 48s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{48} = \frac{\pi}{24} \frac{rad}{s}, \quad x = A \cos \omega t = 1 \cos \frac{\pi}{24} t \xrightarrow{t=4s} x = 1 \cos \frac{\pi}{6} \rightarrow x = 0 \xrightarrow{a=-\omega^2 x} a = 0$$

۹۴ گزینه ۱

$$|F| = k\Delta x \rightarrow F_{max} = kA \rightarrow 40 = k \times 0.4 \rightarrow k = 100 \frac{N}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = \sqrt{100} = 10 \frac{rad}{s}$$

۹۵ گزینه ۲

$$\begin{cases} F = ma = -kx \\ F = -\frac{\pi^2}{10} x \end{cases} \Rightarrow k = \frac{\pi^2}{10} \Rightarrow 0.1\omega^2 = \frac{\pi^2}{10}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{\frac{\pi^2}{10}}} \rightarrow T = 2(s)$$

مدت زمان حرکت نوسانگر از یک انتها تا انتهای دیگر پاره‌خط نوسان بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{2} = 1(s)$ است و اندازه جابه‌جایی نوسانگر در این مدت برابر $2A = 12cm$ است. بنابراین

اندازه سرعت متوسط برابر است با:

$$\bar{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12}{1} = 12 \frac{cm}{s}$$

۹۶ گزینه ۲

در مرکز نوسان $x = 0$ و $v = v_{max}$ است و در انتهای نوسان $x = \pm A$ و $v = 0$ است.

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\text{انتهای نوسان: } 4A^2 + 0 = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$\text{مرکز نوسان: } 0 + 25v_{\max}^2 = 1 \Rightarrow v_{\max} = \frac{1}{5}$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 5\pi = 15s$$

زمان لازم برای طی کردن طول پاره خط نوسان $\frac{T}{2}$ است.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 7.5s$$

۹۷ گزینه ۲ ابتدا به کمک معادله، مقادیر A و w را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} x = A \cos wt \\ x = 0.2 \cos 10\pi t \end{cases} \rightarrow A = 0.2, \omega = 10\pi$$

از آنجایی که $a = -w^2 x$ می توان گفت a با x متناسب است، پس:

$$\begin{aligned} |\vec{a}| &= |w^2 x| \rightarrow \left| \frac{a}{a_{\max}} \right| = \left| \frac{w^2 x}{w^2 A} \right| = \left| \frac{x}{A} \right| = \frac{1}{2} \\ |0.2 \cos 10\pi t| &= \frac{1}{2} A = 0.1 \rightarrow \begin{cases} 0.2 \cos 10\pi t = 0.1 \rightarrow t = \frac{1}{30} (s) \\ 0.2 \cos 10\pi t = -0.1 \rightarrow t = \frac{1}{15} (s) \end{cases} \end{aligned}$$

اولین بار در $t = \frac{1}{30} (s)$ و دومین بار در $t = \frac{1}{15} (s)$ ثانیه، شتاب نوسانگر نصف شتاب بیشینه می شود.

۹۸ گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} A\omega \\ v_{\max} = 2\pi \\ x_{\max} = A = 10cm = 0.1m \end{aligned} \right\} \rightarrow 0.1\omega = 2\pi \rightarrow \omega = 20\pi \text{ Rad/s}$$

$$\begin{cases} a = -\omega^2 x = -400\pi^2 (-2 \times 10^{-2}) = 8\pi^2 \\ a_{\max} = v_{\max} \cdot \omega = 2\pi \times 20\pi = 40\pi^2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{5} a_{\max}$$

۹۹ گزینه ۳ برای پیدا کردن بزرگی شتاب نوسانگر، باید مکان و بسامد زاویه ای آن را بدانیم، یعنی:

$$a = -\omega^2 x \rightarrow |a| = \omega^2 x$$

اما برای تعیین بسامد زاویه ای، ابتدا دوره نوسان را محاسبه می کنیم. وقتی نوسانگر ۲۴۰ بار طول پاره خط را می پیماید، یعنی ۱۲۰ نوسان انجام داده، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} T &= \frac{t}{N} = \frac{60}{120} = 0.5s \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} \rightarrow \omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{s} \end{aligned}$$

و در نهایت داریم:

$$|a| = \omega^2 x = (4\pi)^2 (0.2) \rightarrow |a| = 0.32\pi^2 \frac{m}{s^2}$$

۱۰۰ گزینه ۲

نیروی خالص وارد بر وزنه، همان نیروی فنر است. بنابراین با مقایسه نیروی وارد بر این نوسانگر و نیروی فنر در حالت کلی داریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma = F_e = -kx \Rightarrow F = -kx \\ \left. \begin{aligned} F &= -kA \cos \omega t \\ F &= -\lambda \cos 20t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \omega &= 20 \frac{\text{rad}}{s} \\ kA &= \lambda(N) \end{aligned} \right\} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = 1 \times 20^2 = 400 \frac{N}{m} \\ kA &= \lambda \Rightarrow 400A = \lambda \Rightarrow A = 0.2m \Rightarrow A = 2cm \end{aligned}$$

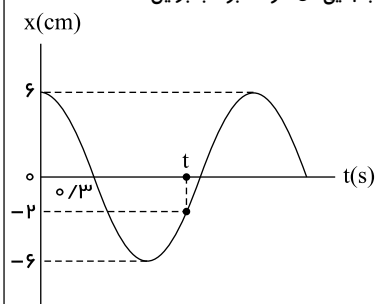
۱۰۱ گزینه ۲ همان طور که می دانیم تندی نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه است و از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می شود. با توجه به نمودار، داریم:

$$\begin{aligned} -A &= -0.4 \rightarrow \boxed{A = 0.4m} \\ \frac{T}{5} = 0.5 \rightarrow T &= 0.4 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{s} \end{aligned}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.4 \times 5\pi = \boxed{2\pi \frac{m}{s}}$$

۱۰۲ گزینه ۱ اگر در t ثانیه اول، تندی متوسط نوسانگر، دو برابر بزرگی سرعت متوسط آن باشد، مسافت طی شده در این مدت، دو برابر اندازه جابه جایی آن خواهد بود، بنابراین:

$$S_{av} = 2V_{av} \rightarrow \frac{l}{\Delta t} = 2 \frac{\Delta X}{\Delta t} \rightarrow \frac{l}{|\Delta x|} = 2 = \frac{16}{8}$$



از لحظه شروع حرکت تا لحظه $t = \frac{T}{2}$ مسافت طی شده و مقدار جابه جایی باهم برابرند. اگر مسافت طی شده بخواهد بیشتر از مقدار جابه جایی باشد، باید این اتفاق بعد از لحظه $t = \frac{T}{2}$ بیفتد.

یعنی در لحظه t ، نوسانگر در مکان $x = -2 \text{ cm}$ قرار دارد. حال اگر دوره و بسامد زاویه ای را بدانیم، به راحتی می توانیم بزرگی شتاب متحرک را در مکان $x = -2$ محاسبه کنیم. با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{T}{4} = 0.3 \rightarrow T = 1.2 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{1.2} \rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در نهایت داریم:

$$|a| = \omega^2 x \rightarrow |a| = \left(\frac{5\pi}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{100}\right) \xrightarrow{\pi^2 = 10} |a| = \frac{5}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

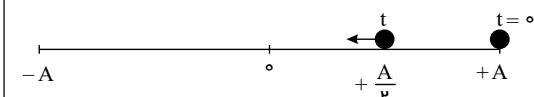
۱۰۳ گزینه ۳ ابتدا به این نکات توجه فرمایید:

زمان های طلایی در مکان های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

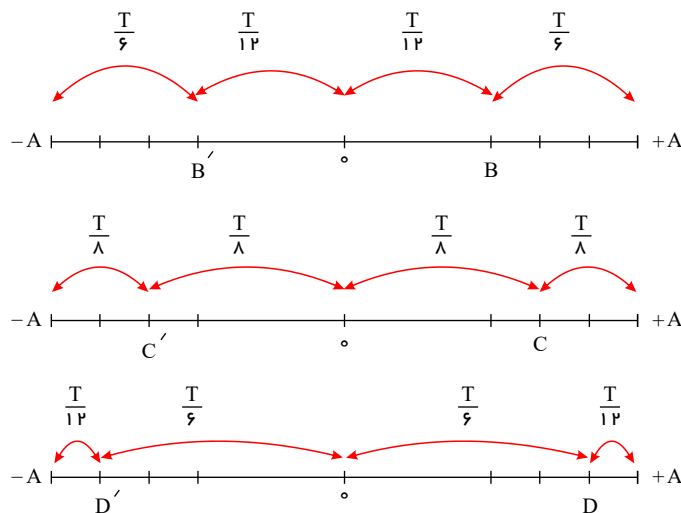
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می توان استفاده نمود:

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



حال به صورت زیر به حل سؤال می‌پردازیم. ابتدا دوره نوسان، سپس بسامد زاویه‌ای و در ادامه دامنه را به صورت زیر می‌یابیم.

قدم اول: $0.15 = \frac{T}{4} \rightarrow \boxed{T = 0.6s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.6} = 10\pi (rad/s)$

قدم دوم: $a = -\omega^2 x \rightarrow a_{\max} = -\omega^2 x_{\max} = -\omega^2 A$

$\begin{cases} |a_{\max}| = 20 m/s^2 \rightarrow 20 = 100\pi^2 \times A \rightarrow A = \frac{20}{100}m \rightarrow \boxed{A = 0.2m} \\ \omega = 10\pi rad/s \end{cases}$

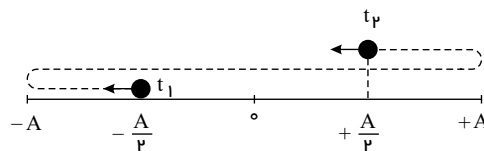
قدم سوم:

طبق رابطه $a = -\omega^2 x$ و اینکه a با x متناسب است درمی‌یابیم که اگر شتاب معادل نصف بیشینه‌اش باشد، مکان نیز نصف دامنه است با این تفاوت که اگر شتاب مثبت باشد، مکان منفی است و برعکس. یعنی:

$t = t_1 \rightarrow a_1 = +\frac{a_{\max}}{2} \rightarrow x_1 = -\frac{A}{2} = -0.1m$

$t = t_2 \rightarrow a_2 = -\frac{a_{\max}}{2} \rightarrow x_2 = +\frac{A}{2} = +0.1m$

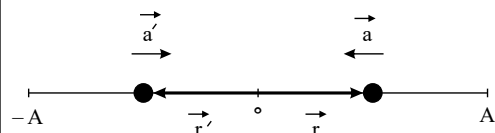
$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.1 - (-0.1)}{\frac{1}{6}} = \frac{0.2m}{\frac{1}{6}s} = 0.12 m/s \\ \Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{6} = \frac{5}{6} \times \frac{0.6}{10} = \frac{1}{6}s \end{cases}$



۱۰۴ گزینه ۴ «بردار شتاب و بردار مکان نوسانگر پیوسته در خلاف جهت یکدیگر هستند».

$F = F_e \rightarrow ma = -kx \rightarrow \boxed{a = -\frac{k}{m}x}$

اگر بردار مکان را با $\vec{r}$ نشان دهیم:



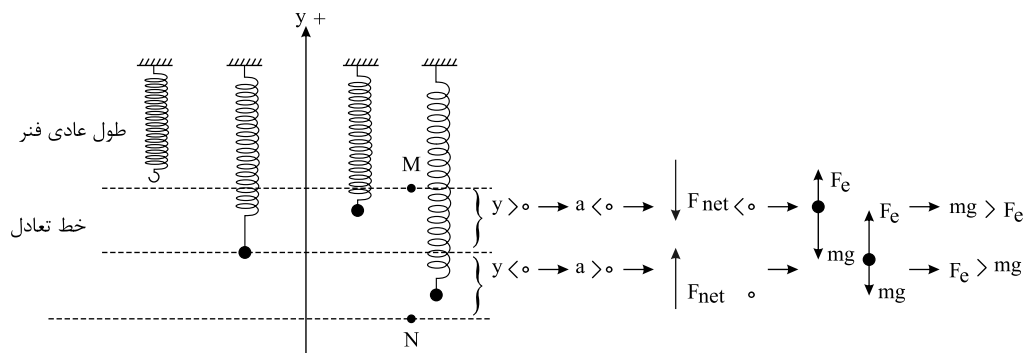
بنابراین:

$\Delta t = 0.5s - 0.5s = 0s$

۱۰۵ گزینه ۲ قدم اول: نوسانگر بین دو نقطه M و N نوسان می‌کند. بنابراین نقطه تعادل وسط پاره خط MN است. بیشترین نیروی وارد از طرف جسم به فنر همان بیشترین نیروی وارد از طرف فنر بر جسم است (قانون سوم نیوتون)

قدم دوم: کجا $F_e = \frac{6}{5}mg > mg$ است؟! اگر به شکل زیر توجه کنید مشخص است در (N) نیروی کشسانی فنر بیشترین مقدار است.

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان



$$(N): \begin{array}{c} \uparrow (F_e)_{\max} \\ \downarrow mg \end{array} \quad (F_{\text{net}}) = F_e - mg = \frac{6}{5}mg - mg = \frac{1}{5}mg = ma_{\max} \Rightarrow \boxed{a_{\max} = \frac{1}{5}g}$$

$$(M): \begin{array}{c} \uparrow (F_e)_{\min} \\ \downarrow mg \end{array} \quad (F_{\text{net}}) = mg - (F_e)_{\min} = ma_{\max} = m\left(\frac{1}{5}g\right) \Rightarrow \boxed{(F_e)_{\min} = mg - \frac{mg}{5} = \frac{4}{5}mg}$$

توجه: مقدار شتاب در دو انتهای پاره خط نوسان یعنی نقاط M و N با هم برابر است.

$$|a_M| = a_N = |a_{\max}|$$

۱۰۶ گزینه ۱ ابتدا دامنه نوسان و بسامد زاویه‌ای آن را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل می‌دانیم که:

$$\begin{array}{l} \text{Diagram 1: } l_0 - A = 40 \text{ cm} \\ \text{Diagram 2: } l_0 + A = 60 \text{ cm} \\ \text{Diagram 3: } l_0 = 50 \text{ cm} \\ \text{Diagram 4: } x = -6 \text{ cm} \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow x \\ \rightarrow x \\ \rightarrow x \\ \rightarrow x \end{array}$$

$$A = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} = \frac{60 - 40}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5 \text{ rad/s}$$

حال برای تعیین شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که از مکان x می‌گذرد داریم:

$$a = -\omega^2 x = -25\left(-\frac{6}{100}\right) = 1.5 \rightarrow \boxed{a = 1.5 \text{ m/s}^2}$$

توجه: آهنگ تغییرات سرعت برابر شتاب جسم است.

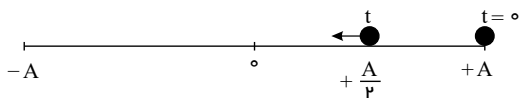
۱۰۷ گزینه ۲ ابتدا به نکات زیر توجه فرمایید:

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مدنظر بود:

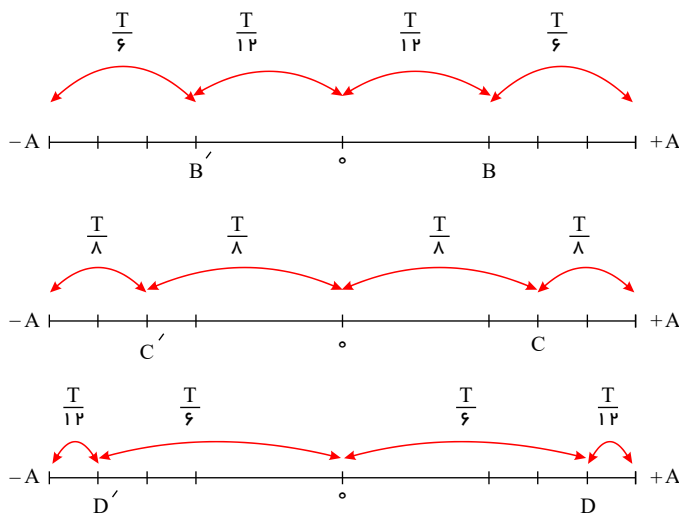
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x_0 = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ مدنظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

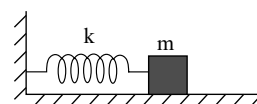
x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



و اکنون حل تست:

ابتدا با مقایسه رابطه شتاب - مکان داده شده با رابطه کلی، بسامد زاویه‌ای و دوره نوسان را می‌یابیم. یعنی:

$$\begin{cases} F_{net} = F_e = -kx \rightarrow ma = -kx \rightarrow a = -\frac{k}{m}x \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \begin{cases} a = -\omega^2 x \\ a = -\pi^2 x \end{cases} \rightarrow \omega^2 = \pi^2 \rightarrow \omega = \pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \end{cases}$$



حال کافی است، تعیین کنیم، Δt مورد نظر چه کسری از دوره نوسان است.

$$\rightarrow \boxed{T = 2s} \rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}s \\ T = 2s \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{2}{3}s}{2s} = \frac{1}{3} \rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}T$$

با توجه به نکات گفته شده، مسافت طی شده توسط نوسانگر در این مدت به صورت زیر است:

$$\frac{1}{3}T = \frac{T}{3} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} \rightarrow \begin{array}{c} \xrightarrow{\frac{T}{6}} -\frac{A}{2} \\ \xrightarrow{\frac{T}{6}} +A \end{array}, A = 12cm \Rightarrow A + A + \frac{A}{2} = 2A + \frac{A}{2} = 24 + 6 = 30cm$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{(24 + 6)cm}{\frac{2}{3}s} = \frac{30cm}{\frac{2}{3}s} = \frac{90}{2}cm/s = 45cm/s$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\frac{3T_B}{4} = \frac{T_A}{2} \Rightarrow T_A = \frac{3}{2}T_B \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \omega_B = \frac{3}{2}\omega_A \quad (1)$$

قدم دوم: با توجه به نمودار، رابطه بین بیشینه سرعت نوسانی این دو نوسانگر به صورت مقابل است:

$$(v_m)_B = \frac{1}{2}(v_m)_A \quad (2)$$

قدم سوم: بیشینه تندی نوسانگر یک نوسانگر ساده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می آید. بنابراین:

$$A = \frac{v_m}{\omega} \rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \left(\frac{v_{m_A}}{v_{m_B}}\right)\left(\frac{\omega_B}{\omega_A}\right) = (2)\left(\frac{3}{2}\right) = 3$$

۱۰۹ گزینه ۲ در لحظه $t = 0.5s$ ، نوسانگر برای دومین بار از مکان $x = +2cm$ عبور می کند، بنابراین داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 2 = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times 0.5\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{T}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow T = 0.6s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \frac{rad}{s}$$

بنابه قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F = ma \Rightarrow k|x| = ma \Rightarrow a = \frac{k|x|}{m} = \omega^2|x| \Rightarrow a = \left(\frac{10\pi}{3}\right)^2 \times \left|\frac{-2\sqrt{3}}{100}\right| \Rightarrow a = \frac{20\sqrt{3}}{9} \frac{m}{s^2}$$

۱۱۰ گزینه ۴ بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده نوسانگر برابر است با:

$$f = \frac{n}{t} = \frac{200}{60} \Rightarrow f = \frac{10}{3} Hz$$

بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر در انتهای مسیر به آن وارد می شود و اندازه آن برابر است با:

$$F_{\max} = kA = m\omega^2 A = 4\pi^2 mA f^2 \Rightarrow F_{\max} = 4 \times 3^2 \times 0.2 \times 0.15 \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 \Rightarrow F_{\max} = 12N$$

۱۱۱ گزینه ۴ اگر A دامنه نوسان یک نوسانگر ساده باشد، مسافتی که نوسانگر در مدت یک دوره می پیماید برابر $4A$ است، پس:

$$4A = \frac{10}{3\pi} \Rightarrow A = \frac{5}{6\pi} m$$

و چون نوسان کننده در هر دقیقه ۱۸۰ نوسان کامل انجام می دهد، بسامد آن برابر است با:

$$f = \frac{n}{t} = \frac{180}{60} = 3 Hz$$

در یک لحظه مشخص، انرژی جنبشی نوسان کننده $\frac{1}{3}$ مقدار بیشینه آن است، پس:

$$K = \frac{1}{3}K_{\max} = \frac{1}{3}E$$

$$E = K + U = \frac{1}{3}E + U \Rightarrow U = E - \frac{1}{3}E \Rightarrow U = \frac{2}{3}E \Rightarrow U = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}m \times \omega^2 A^2 \xrightarrow{\omega=2\pi f}$$

$$U = \frac{1}{3} \times (30 \times 10^{-3}) \times (2\pi \times 3)^2 \times \left(\frac{5}{6\pi}\right)^2 = \frac{1}{3} \times 0.03 \times 4\pi^2 \times 9 \times \frac{25}{36\pi^2} \Rightarrow U = 0.25J = 250mJ$$

۱۱۲ گزینه ۱ از معادله انرژی جنبشی برحسب مکان داده شده می توان انرژی مکانیکی و دامنه نوسان را بدست آورد:

$$K = 4 - 100x^2$$

$$(x = 0 \Rightarrow K = K_{\max} = E) \Rightarrow E = 4 - 100(0)^2 = 4J$$

$$(x = A \Rightarrow K = 0) \Rightarrow 4 - 100A^2 = 0 \Rightarrow A^2 = 0.04 \Rightarrow A = 0.2m$$

حال با معلوم شدن انرژی مکانیکی می توانیم بیشینه سرعت نوسانگر را به دست آوریم:

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 0.125 \times v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{8}{0.125} = 64 \Rightarrow v_{\max} = 8 \frac{m}{s}$$

سرعت نوسانگر را در لحظه ای که فاصله $A\sqrt{3}$ از مرکز نوسان قرار دارد، به دست می آوریم:

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}A = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0.2 = 0.1\sqrt{3} \Rightarrow K = 4 - 100(0.1\sqrt{3})^2 \Rightarrow K = 4 - 100 \times 0.01 \times 3 = 1J \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.125v^2 = 1$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2}{0.125} = 16 \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v}{v_{max}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

تذکر: در مرحله آخر، می توان نسبت $\frac{V}{V_{max}}$ را به صورت زیر نیز پیدا کرد.

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{V}{V_{max}}\right)^2 \rightarrow \frac{V}{V_{max}} \sqrt{\frac{K}{E}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

۱۱۳ گزینه ۳ با استفاده از رابطه انرژی پتانسیل بر حسب مکان و بیشینه تندی نوسانگر $(v_{max} = 2 \frac{m}{s})$ ، A و ω را به دست آورده و معادله مکان-زمان نوسانگر را مشخص می کنیم:

$$U = 2 \circ x^2$$

$$(x = A \Rightarrow U = U_{max}) \Rightarrow U_{max} = 2 \circ A^2 \Rightarrow E = 2 \circ A^2 \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = 2 \circ A^2 \Rightarrow \frac{1}{2} k = 2 \circ \Rightarrow k = 4 \circ \Rightarrow m \omega^2 = 4 \circ \Rightarrow 0.1 \omega^2 = 4 \circ \Rightarrow \omega^2 = 4 \circ \circ$$

$$\Rightarrow \omega = 2 \circ \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A \omega \Rightarrow 2 = A \times 2 \circ \Rightarrow A = 0.1 m$$

$$x = A \cos \omega t = 0.1 \cos 2 \circ t \quad (I)$$

برای لحظه $t = \frac{\pi}{15} s$ ، مکان را از معادله (I) و انرژی پتانسیل آن را از رابطه داده شده به دست می آوریم.

$$x = 0.1 \cos 2 \circ t$$

$$t_1 = \frac{\pi}{15} s \Rightarrow x_1 = 0.1 \cos \frac{2 \circ \pi}{15} = 0.1 \cos \frac{4 \pi}{3} = 0.1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \circ m$$

$$U_1 = 2 \circ x_1^2 = 2 \circ \times \left(-\frac{1}{2} \circ\right)^2 = \frac{1}{2} \circ J$$

در پایان با نوشتن رابطه، انرژی مکانیکی در لحظه خواسته شده، تندی را به دست می آوریم:

$$E = U_1 + K_1 \Rightarrow U_{max} = U_1 + K_1 \Rightarrow 2 \circ A^2 = \frac{1}{2} \circ + \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 2 \circ \times (0.1)^2 = 0.05 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times v_1^2 \Rightarrow 0.15 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \times 0.15}{0.1} = 3 \Rightarrow v_1 = \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۱۱۴ گزینه ۱ با توجه به معادله، دامنه بدست می آید: $A = 0.2 m$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 100 \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 = 2 J$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 0.5 J$$

$$E = K + U \Rightarrow 2 = 0.5 + U \Rightarrow U = 1.5 J \Rightarrow U - K = 1.5 - 0.5 = 1 J$$

۱۱۵ گزینه ۱ می دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل آن است.

$$E = U + K = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{U=2K} 4K = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (I)$$

مدت زمان طی کردن یک طول پاره خط برابر با $\frac{T}{2}$ است و دامنه نیز نصف طول پاره خط است.

$$\frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4 s \Rightarrow \omega = \frac{2 \pi}{T} = \frac{2 \pi}{0.4} \frac{rad}{s}$$

$$2A = 0.4 m \Rightarrow A = 0.2 m$$

$$\xrightarrow{(I)} 4K = 4 \left(\frac{1}{2} m v^2\right) = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow v = \frac{A \omega}{2} \Rightarrow v = \frac{0.2 \times \frac{2 \pi}{0.4}}{2} = \frac{\pi}{2} \frac{m}{s}$$

۱۱۶ گزینه ۱ دامنه و دوره نوسانگر برابر است با:

$$A = \frac{\text{طول پاره خط نوسان}}{2} = \frac{0.4 m}{2} = 0.2 m$$

وقتی نوسانگر ۶۰ بار طول پاره خط را طی می کند، بدین معنی است که ۳۰ نوسان کامل انجام می دهد. پس:

$$\Rightarrow T = \frac{t}{N} = \frac{60}{30} = 2 s$$

انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ به دست می آید. انرژی مکانیکی برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (\pi)^2 \times (0.2)^2 = 0.002J = 2mJ$$

انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = E - U = 2 - 1 = 1mJ$$

تندی نوسانگر طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{0.2} \frac{m}{s}$$

۱۱۷ گزینه ۱ از نمودار انرژی جنبشی - سرعت کمیت p را به دست می آوریم:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow 1.6 = \frac{1}{2}m \times (\lambda)^2 \Rightarrow m = \frac{2 \times 1.6}{\lambda^2} = \frac{1}{20}kg$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow p = \frac{1}{2}m \times \frac{1}{20} \times (6)^2 \Rightarrow p = 0.9J$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow A\omega = \lambda \quad (I)$$

از نمودار مکان - زمان ω را به دست آورده، سپس با استفاده از رابطه (I) ، دامنه نوسان را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{\pi}{16} \Rightarrow T = \frac{\pi}{20} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{20}} = 40 rad/s$$

$$(I) : A\omega = \lambda \Rightarrow A \times 40 = \lambda \Rightarrow A = \frac{\lambda}{40} = 0.2m$$

با معلوم شدن A و ω معادله مکان - زمان را مشخص می کنیم و سپس با استفاده از آن کمیت مجهول q را محاسبه می کنیم:

$$x = A \cos \omega t = 0.2 \cos 40t$$

$$q \text{ لحظه } t : 0.1 = 0.2 \cos 40q \Rightarrow \cos 40q = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 40q = \frac{\pi}{3} \Rightarrow q = \frac{\pi}{120}$$

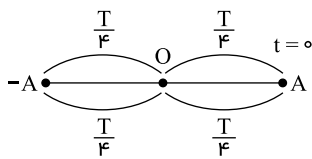
۱۱۸ گزینه ۴

$$F = -20 \cos \Delta t \rightarrow F_{max} = 20 = mA\omega^2$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}m \underbrace{A\omega^2}_{20} \times A = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{\lambda}{10} = \lambda J$$

۱۱۹ گزینه ۴ ابتدا دوره نوسان را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.4 \cos 12\pi t \end{cases} \rightarrow \omega = 12\pi \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 12\pi \rightarrow T = \frac{1}{6}(s)$$



نیروی وارد بر نوسانگر در مرکز نوسان صفر شده و انرژی جنبشی در نقاط بازگشتی صفر است.

$$\left. \begin{aligned} t_1 = \text{زمان رسیدن متحرک به } x = 0 \text{ برای دومین بار} &= \frac{3T}{4} = \frac{1}{8}(s) \\ t_2 = \text{زمان رسیدن به نقطه بازگشتی برای اولین بار} &= \frac{T}{2} = \frac{1}{12}(s) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۱۲۰ گزینه ۱ در مرکز نوسان ($x = 0$) انرژی جنبشی بیشتر است و در نقاط بازگشتی انرژی جنبشی صفر می باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} x = A \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 + 4A^2 = 0.4 \Rightarrow A = 0.1m = 10cm$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ K = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 \rightarrow 0 + \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \times \omega^2 = 0.4 \Rightarrow \omega = 160 \rightarrow \omega = 4\sqrt{10} = 4\pi \end{cases}$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$x = A \cos \omega t$$

$$= 0,1 \cos 4\pi t, \quad t = \frac{1}{12} (s)$$

$$= 0,1 \cos \frac{\pi}{3} = 0,05m = 5cm$$

۱۲۱ گزینه ۲ در مرکز نوسان $x = 0$ و $K = K_{\max}$ است.

$$0 + K_{\max} = 25 \Rightarrow E = U_{\max} = K_{\max} = 25J$$

در انتهای نوسان $x = \pm A$ و $K = 0$ است.

$$4A^2 + 0 = 25 \Rightarrow A = \frac{5}{2}$$

رابطه $U_{\max}$ برابر $\frac{1}{2}kA^2$ است.

$$U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2}k \times \frac{25}{4} \Rightarrow k = 8 \frac{N}{m}$$

۱۲۲ گزینه ۴ با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی و با مقایسه رابطه داده شده با رابطه کلی بین نیرو و مکان نوسانگر، دامنه نوسان را به صورت زیر می یابیم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ma = -m\omega^2 x \\ F &= -4x \end{aligned} \right\} \Rightarrow m\omega^2 = 400$$

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}A^2(m\omega^2) \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}A^2 \times 400 \Rightarrow A^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow A = 0,3m$$

طول پاره خط نوسان $2A$ است که برابر $0,6m$ می باشد.

۱۲۳ گزینه ۳ کاهش انرژی پتانسیل باعث افزایش انرژی جنبشی می شود. افزایش انرژی جنبشی با افزایش تندی همراه است. بنابراین حرکت تندشونده است.

۱۲۴ گزینه ۳ مرکز نوسان $U = 0$ و $v = v_{\max}$ است.

$$0 + 4v_{\max}^2 = 9 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{9}{4}$$

در انتهای نوسان $v = 0$ و $U = U_{\max}$ است.

$$U_{\max} + 0 = 9 \Rightarrow U_{\max} = 9J$$

$$U_{\max} = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} \times m \times \frac{9}{4} \Rightarrow m = 8kg$$

روش دوم: می دانیم که $U + K = E$ است. با هم ارز قرار دادن این رابطه و رابطه داده شده داریم:

$$\begin{cases} U + K = E \\ U + 4v^2 = 9 \end{cases} \rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = 4v^2 \rightarrow \frac{1}{2}m = 4 \rightarrow m = 8kg$$

۱۲۵ گزینه ۲ رابطه بین شتاب و مکان به صورت $a = -\omega^2 x$ است و هنگامی که $a < 0$ است باید $x > 0$ باشد پس تا اینجا a یا b صحیح است.

انرژی جنبشی نوسانگر با حرکت به سمت مرکز نوسان افزایش می یابد بنابراین ناحیه b صحیح است.

۱۲۶ گزینه ۳ به طور کلی، در حرکت هماهنگ ساده، وقتی از انرژی پتانسیل حرفی گفته می شود، باید از رابطه مربوط به مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی که با انرژی مکانیکی برابر می شود، استفاده کنیم یعنی:

$$E = U + K \xrightarrow[\begin{smallmatrix} E = \frac{1}{2}kA^2 \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{smallmatrix}]{\quad} \frac{1}{2}kA^2 = U + \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 80 \times (0,1)^2 = U + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (1)^2 \rightarrow U = 0,15J$$

۱۲۷ گزینه ۴ با مقایسه معادله مکان - زمان نوسانگر با فرم استاندارد $x = A \cos \omega t$ داریم:

$$A = 0,1m, \quad \omega = 5\pi \frac{rad}{s}$$

حال انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می کنیم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times (0,1)^2 \times (5\pi)^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 25\pi^2 = 125 \times 10^{-3}J = 125mJ$$

در ادامه داریم:

$$E = K + U \xrightarrow{U=35mJ} 125 = K + 35 \rightarrow K = 90mJ$$

۱۲۸ گزینه ۳ در ابتدا با توجه به معلوم بودن تندی متوسط، بازه زمانی Δt و سپس t_2 را می یابیم. بدیهی است، مسافتی که نوسانگر بین دو لحظه $t = 0$ تا t_2 پیموده معادل مقدار زیر است:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{l=12+12+3.6=27.6cm} 36.8 = \frac{27.6}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} s \xrightarrow{\Delta t=t_p - 0 = t_p} t_p = \frac{3}{4} s$$

حال معادله حرکت نوسانگر را نوشته تا بسامد زاویه‌ای آن را بیابیم.

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=-1.4cm = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times 12cm} -\frac{\sqrt{2}}{2} \times 12 = 12 \cos \frac{3}{4} \omega$$

$$\rightarrow \cos \frac{3}{4} \omega = -\frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{در اینجا}} \cos \frac{3}{4} \omega = \cos \frac{5\pi}{4} \rightarrow \frac{3}{4} \omega = \frac{5\pi}{4} \rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s}$$

حال انرژی کل نوسانگر را محاسبه می‌کنیم.

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{90}{1000} \times \frac{25\pi^2}{9} \times \frac{144}{10000} \rightarrow E = 0.018 J \Rightarrow E = 18 mJ$$

از طرفی می‌دانیم، در لحظه‌ای که $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$ باشد، انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر با هم برابر بوده و سهم هر یک، معادل نیمی از انرژی کل است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A \\ v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} v_{max} \\ U = K = \frac{1}{2} E \end{cases} \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 18 \rightarrow K = 9 mJ$$

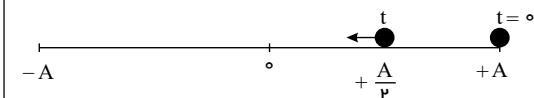
۱۲۹ گزینه ۲ ابتدا به چند نکته توجه فرمایید:

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

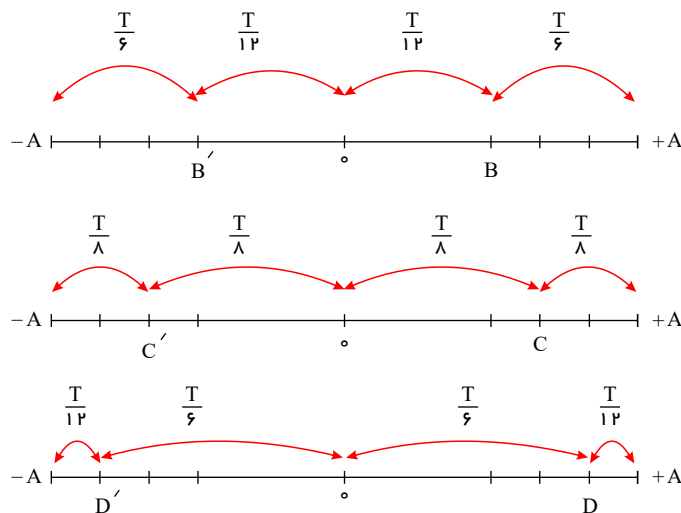
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به‌طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به‌دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



حال با توجه به نمودار، در ابتدا دوره نوسان را به صورت زیر محاسبه می کنیم.

قدم اول:

$$m = 250g = \frac{1}{4}kg \quad (1)$$

$$A = 10cm \rightarrow A = 0.1m \quad (2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \approx \frac{40}{T^2} \quad (3)$$

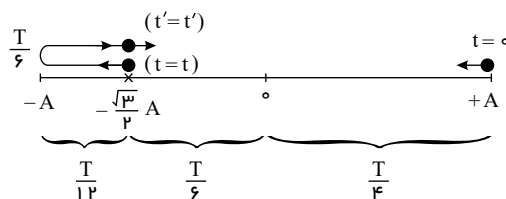
$$E = K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{(1),(2),(3)} 0.2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times \left(\frac{40}{T^2}\right)$$

$$\rightarrow \frac{40}{T^2} = 0.2 \times 2 \times 4 \times 100 = 20 \times 100 = 2000 \rightarrow T^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{T = 0.5s}$$

قدم دوم:

$$t' - t = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{t' - t}{T} = \frac{\frac{1}{12}}{0.5} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \rightarrow \boxed{t' - t = \frac{T}{6}} \rightarrow x_{(t)} = x_{(t')} = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

$$\rightarrow t' = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12} \rightarrow \boxed{t' = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{24}s}$$



قدم سوم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4 \times 100 \times \frac{1}{4}}{(0.5)^2} = 100 \times 4 = 400 N/m$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A = -\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10cm = -5\sqrt{3}cm = \frac{-5\sqrt{3}}{100}m \rightarrow F = F_e = -kx = -400 \times \left(\frac{-5\sqrt{3}}{100}m\right)$$

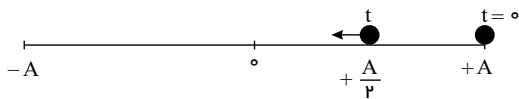
$$\rightarrow \boxed{F = 20\sqrt{3}N}$$

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

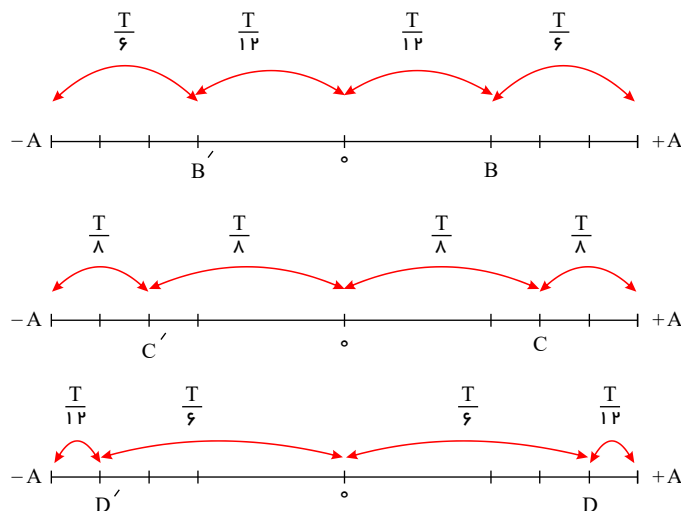
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



در لحظه $t = 9s$ نوسانگر از مرکز تعادل عبور می‌کند، پس انرژی جنبشی‌اش در این نقطه، همان انرژی مکانیکی نوسانگر است. یعنی:

$$t = 9s \rightarrow x = 0 \rightarrow U = 0 \rightarrow K = K_{\max} = E = 16J$$

حال مکان نوسانگر را در لحظه $t = 10s$ می‌یابیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 9s \leq t \leq 10s \rightarrow \Delta t = 1s \\ \frac{5T}{4} = 15 \rightarrow T = 12s \end{array} \right. \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1s}{12s} = \frac{1}{12} \rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \rightarrow x_{(t=10s)} = x_{(t=9s)} \rightarrow x_{(t=10s)} = \frac{A}{2} = 0.4m$$

از طرفی تندی بیشینه نوسانگر برابر است با:

$$V_{\max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} = 0.8 \times \frac{2\pi}{12} \rightarrow V_{\max} = 0.4 \frac{m}{s}$$

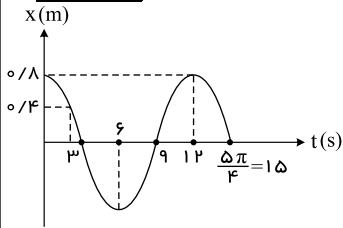
$$t = 3s = \frac{T}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_{(t=3s)} = 0 \xrightarrow{3s \leq t \leq 3s} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 0.4}{3 - 2} = -0.4 m/s \\ x_{(t')} = \frac{A}{2} \rightarrow t' = \frac{T}{6} = \frac{12}{6} = 2s \end{array} \right.$$

حال در $t = 10s$ ، سرعت و انرژی جنبشی و در نهایت انرژی پتانسیل را محاسبه می‌کنیم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$t = 1.0s \rightarrow v = \begin{pmatrix} \text{شیب خط} \\ \text{مماس بر} \\ \text{نمودار } (x-t) \end{pmatrix} = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 \rightarrow \frac{K}{16} = \left(\frac{0.2}{0.4}\right)^2$$

$$\rightarrow \boxed{U = 12J} \rightarrow U + 4 = 16 \rightarrow U + K = E = 16J \rightarrow \boxed{K = 4J}$$



$$\boxed{U_{(t=t')} = U_{(t=1.0s)} = 12J}$$

۱۳۱ گزینه ۳ در ابتدا با توجه به اینکه بزرگی شتاب متناسب با بزرگی مکان نوسانگر در هر لحظه است، دامنه نوسان را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$m = 500g = 0.5kg$$

$$F_{net} = F_e = -kx = ma \rightarrow a = -\frac{k}{m}x \rightarrow \Delta a_{BC} = 3\Delta a_{AB}$$

$$(-k)\Delta x_{BC} = 3(-k)\Delta x_{AB} \rightarrow \Delta x_{BC} = 3\Delta x_{AB} = 3(20 - 0) = 60cm$$

$$\rightarrow x_C - x_B = 60cm \rightarrow x_C - 20cm = 60cm \rightarrow \boxed{x_C}_{(\text{دامنه نوسان})} = A = 80cm$$

نوسانگر در هر دقیقه ۱۵ نوسان کامل انجام می‌دهد:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60s}{15} = 4s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ (rad/s)}$$

$$K = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

$$\rightarrow K_{max} = \frac{1}{2} \times \frac{64}{10000} \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{64 \times 10}{160000} = \frac{64}{1600} = \frac{4}{100} = 0.04J$$

۱۳۲ گزینه ۲ به این نکات توجه می‌کنیم:

(۱) انرژی پتانسیل نوسانگر، ۷۵ درصد انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین انرژی جنبشی نوسانگر ۲۵ درصد انرژی مکانیکی نوسانگر است:

$$K = \frac{25}{100}E \rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v}{v_m} = \frac{1}{2}$$

(۲)

$$\begin{cases} t = \frac{2}{3}s \\ x = 2m \end{cases} \rightarrow x = A \cos(\omega t) \rightarrow 2 = 4 \cos\left(\omega \times \frac{2}{3}\right) \rightarrow \cos\left(\frac{2}{3}\omega\right) = \frac{1}{2}$$

برای اولین بار:

$$\frac{2}{3}\omega = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=0} \frac{2}{3}\omega = \frac{\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}$$

(۳)

$$v_m = A\omega = (4)\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \text{ (m/s)}$$

(۴)

$$\frac{v}{v_m} = \frac{1}{2} \rightarrow v = \frac{1}{2}v_m = \frac{1}{2}(2\pi) = \pi \text{ m/s}$$

۱۳۳ گزینه ۲ چون طول خطی که نوسانگر روی آن نوسان می‌کند، λcm است، پس دامنه حرکت آن برابر $A = \frac{\lambda}{2} = 4cm$ است. نوسانگر پس از شروع حرکت از $A +$ دو بار از نقطه تعادل

عبور کند، این فاصله زمانی برابر $\frac{3T}{4}$ است.

بنابراین داریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\frac{3T}{4} = 0.15 \Rightarrow T = 0.2s$$

از طرف دیگر، وقتی انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه باشد، انرژی جنبشی آن صفر است. بنابراین داریم:

$$E = K + U \xrightarrow{K=0, U=U_{\max}} E = 0 + U_{\max} \xrightarrow{E=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2} U_{\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

$$\Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{2\pi}{0.2}\right)^2 \times (0.04)^2 \Rightarrow U_{\max} = 0.08J$$

۱۳۴ گزینه ۲ مجموع انرژی‌های پتانسیل کشسانی و جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده برابر با انرژی مکانیکی آن می‌باشد:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.015 \times \omega^2 (0.04)^2 = 0.18 + 0.09 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{0.27 \times 2}{0.015 \times 0.04^2}} = 150 \frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{150} = \frac{\pi}{75} s$$

۱۳۵ گزینه ۲ در اینجا که ثابت فنر تغییر نکرده، انرژی مکانیکی، فقط با مربع دامنه نوسانگر متناسب است. بنابراین:

$$E_1 = 50 + 25 = 75J \quad : 50\% \text{ درصد اضافه کنیم}$$

$$E_2 = 50 - 25 = 25J \quad : 50\% \text{ درصد بکاهیم}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E} = \left(\frac{A_1}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{75}{50} = \left(\frac{A_1}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \left(\frac{A_1}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} cm$$

$$\frac{E_2}{E} = \left(\frac{A_2}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{50} = \left(\frac{A_2}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{A_2}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_2}{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} cm \Rightarrow A_1 - A_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} cm$$

۱۳۶ گزینه ۴ بیشینه انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده برابر با انرژی مکانیکی آن است پس:

$$U_{\max} = E \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

$$0.01 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times \omega^2 A^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = 0.1 (I)$$

با توجه به رابطه بیشینه شتاب برای یک نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$a_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow 10 = \omega^2 A (II)$$

حال با استفاده از رابطه (I) و (II) مقادیر A و ω را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(I)}{(II)} \Rightarrow \frac{\omega^2 A^2}{\omega^2 A} = \frac{0.1}{10} \Rightarrow A = 0.01m$$

$$(II) : \omega^2 A = 10 \Rightarrow \omega^2 \times 0.01 = 10 \Rightarrow \omega^2 = 1000 \Rightarrow \omega = 10\sqrt{10}$$

حال بیشینه اندازه حرکت را به دست می‌آوریم:

$$p_{\max} = mv_{\max} = mA\omega = 0.2 \times 0.01 \times 10\sqrt{10} = 0.2\sqrt{10} kg \cdot \frac{m}{s}$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۳۷ گزینه ۲ در لحظه‌ای که تندی جسم نوسان کننده $\frac{m}{s}$ است، انرژی جنبشی آن دو برابر انرژی پتانسیل است پس:

$$K = 2U \Rightarrow U = \frac{K}{2}$$

$$E = K + U = K + \frac{K}{2} = \frac{3}{2}K = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2 = \frac{3}{4} \times m \times 4^2 \Rightarrow E = 12m(I)$$

در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل جسم دو برابر انرژی جنبشی آن است ($U' = 2K'$)، فرض می‌کنیم تندی جسم برابر v' باشد، پس:

$$E = K' + U' = K' + 2K' = 3K' = 3 \times \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{3}{2}mv'^2$$

$$\xrightarrow{(I)} 12m = \frac{3}{2}mv'^2 \Rightarrow v'^2 = 8 \Rightarrow v' = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۱۳۸ گزینه ۳ دوره نوسان کم‌دامنه نوسان کننده B، دو برابر نوسان کننده A است پس:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = 2 \xrightarrow{(T=2\pi\sqrt{\frac{k}{m}})} \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} \times \sqrt{\frac{k_A}{k_B}} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2m}{m}} \times \sqrt{\frac{k_A}{k_B}} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{k_A}{k_B}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = 2(I)$$

انرژی مکانیکی دو نوسان کننده با یکدیگر برابر است پس:

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}k_A A_A^2 = \frac{1}{2}k_B A_B^2 \Rightarrow \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 = \frac{k_A}{k_B} \xrightarrow{(I)} \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \sqrt{2}$$

۱۳۹ گزینه ۳ نوسانگر در مدت یک دوره نوسان مسافتی برابر $4A$ و در مدت نیم دوره، مسافتی به اندازه $2A$ را می پیماید. بنابراین در مدت زمان $\frac{3}{4}T$ مسافتی به اندازه $6A$ را طی می کند. پس A را به دست می آوریم:

$$6A = 48cm \Rightarrow A = 8cm$$

انرژی مکانیکی نوسانگر در همه نقاط یکسان و برابر $E = \frac{1}{2}kA^2$ است پس:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 900 \times 64 \times 10^{-4} = 2,88J$$

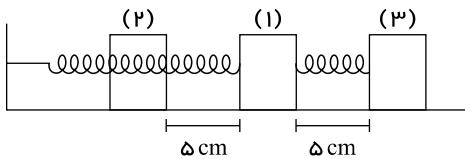
در مرکز تعادل تندی نوسانگر بیشینه است. در این نقطه انرژی پتانسیل فنر صفر و انرژی جنبشی بیشینه است. بنابراین در این نقطه انرژی جنبشی بیشینه برابر با انرژی مکانیکی است پس:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow 2,88 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_{max}^2 \Rightarrow v_{max}^2 = 1,44 \Rightarrow v_{max} = 1,2 \frac{m}{s}$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۴۰ گزینه ۳

در شکل زیر، وضعیت جسم در سه حالت نشان داده شده است: ۱- فنر طول عادی خود را دارد $L_0 = 20cm$ ، ۲- طول فنر $5cm$ کمتر از مقدار عادی است، $(L_1 = L_0 - 5 = 15)$ ، ۳- طول فنر $5cm$ بیشتر از طول عادی است.



$$(L_2 = L_0 + 5 = 25)$$

همان طور که مشاهده می شود وضعیت (۲) و (۳) نسبت به مبدأ نوسان متقارن است و بنابراین انرژی جنبشی در این نقاط با یکدیگر برابر است و همچنین انرژی پتانسیل مجموعه در این نقاط با یکدیگر برابر است پس:

$$K_2 = K_3 \Rightarrow K_2 = 375mJ$$

$$U_2 = U_3 \Rightarrow U_2 = 125mJ$$

حال انرژی مکانیکی را در وضعیت (۲) و (۳) به دست می آوریم:

$$E = K_2 + U_2 = 375 + 125 = 500mJ = 0,5J$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 0,5 = \frac{1}{2} \times 100 \times A^2 \Rightarrow A^2 = 0,01 \Rightarrow A = 0,1m$$

حال با تعیین بسامد زاویه ای، معادله مکان - زمان را به دست می آوریم:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{100}{0,25} = 400 \Rightarrow \omega = 20 \frac{rad}{s}$$

$$x = A \cos \omega t = 0,1 \cos 20t$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۴۱ گزینه ۳ انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می آوریم و سپس تندی جسم نوسانگر را در لحظه ای که انرژی پتانسیل آن $1J$ بیشتر از انرژی جنبشی است، محاسبه می کنیم:

$$E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2} \times (\sqrt{6})^2 = 3J$$

$$E = K + U \Rightarrow \begin{cases} K + U = 3 \\ U - K = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = 2J \\ K = 1J = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \end{cases} \Rightarrow v^2 = 2 \Rightarrow v = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

این بار تندی جسم در لحظه ای که انرژی جنبشی به مقدار $1J$ بیشتر از انرژی پتانسیل است، محاسبه می کنیم:

$$E = K' + U' \Rightarrow \begin{cases} K' + U' = 3 \\ K' - U' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U' = 1J \\ K' = 2J = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 1 \times v'^2 \end{cases} \Rightarrow v'^2 = 4 \Rightarrow v' = 2 \frac{m}{s}$$

حال خواسته مسئله را به دست می آوریم:

$$\Rightarrow \frac{v' - v}{v} \times 100 = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 100 = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} \times 100 = (\sqrt{2} - 1) \times 100 \simeq 40\%$$

۱۴۲ گزینه ۲ قبل از هر چیز می دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

از طرفی برای انرژی مکانیکی داریم:

$$E = K + U$$

حال با توجه به صورت سؤال داریم:

$$U = 2K \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{U + K}{K} = \frac{2 + 1}{1} \Rightarrow \frac{E}{K} = \frac{3}{1} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \end{smallmatrix}]{\quad} \left(\frac{v_{max}}{v}\right)^2 = \frac{3}{1} \Rightarrow v_{max} = 2v$$

۱۴۳ گزینه ۲ برای تعیین انرژی پتانسیل، کافی است که انرژی جنبشی را از انرژی مکانیکی کم کنیم. بنابراین داریم:

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (2)^2 \Rightarrow E = 0.4J$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (1)^2 \Rightarrow K = 0.1J$$

$$U = E - K \Rightarrow U = 0.4 - 0.1 \Rightarrow U = 0.3J$$

۱۴۴ گزینه ۳ برای پاسخ به این موارد توجه شود:

- طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ با ثابت ماندن k (ثابت فنر) و کاهش m ، الزاماً $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ و f (فرکانس) افزایش یافته و دوره (T) کاهش می یابد.
- اگر در دو انتهای مسیر (نقطه های بازگشت) قطعه ای از جرم کنده شود، انرژی مکانیکی ثابت مانده ولی در غیر این حالت دامنه نوسان و انرژی مکانیکی نوسانگر ساده کاهش می یابد.
- می دانیم انرژی مکانیکی:

$$(1) \text{ از رابطه } E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ به دست می آید.}$$

(۲) اگر در دو انتهای مسیر نوسان قطعه ای از جرم کنده شود، نیروی وارد به نوسانگر $F = -kx$ به جرم کمتری باید همان نیروی $F_{max} = \pm kA$ را وارد کند، بنابراین طبق

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \downarrow ma, \text{ افزایش یافته و جسم با شتاب بیشتری شروع به طی مسیر می کند.}$$

ثابت F_{max}

۱۴۵ گزینه ۳ نکات مورد توجه:

(۱) بیشینه تکانه جرم m در هنگام عبور از نقطه تعادلش می باشد:

$$p = mv \rightarrow p_{max} = mv_{max} = m(A\omega)$$

بنابراین بایستی به نحوه تغییرات احتمالی A و ω توجه نماییم.

(۲) چون در دورترین فاصله از مرکز نوسان به جرم m' اضافه شده است و انرژی مکانیکی سامانه جرم و فنر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ (که ثابت فنر و A دامنه نوسان است) محاسبه می شود و اینکه

به دلیل نبود اصطکاک، E ثابت است بایستی A ثابت بماند.

(۳) طبق رابطه: $p_{max} = mAw$ و اینکه برای جرم m ، مقادیر m و A ثابت است، برای اینکه p_{max} نصف شده باشد باید: ω نصف شود. بنابراین:

(دقت کنید، در اینجا ذکر شده تکانه m ، نه تکانه m')

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow m_2 = 4m_1 \rightarrow m' + m = 4m \rightarrow m' = 3m \rightarrow \frac{m'}{m} = 3$$

۱۴۶ گزینه ۳

$$A_2 = A_1$$

$$(K_m)_2 = (K_m)_1 \rightarrow \frac{1}{2}m_2(v_m)_2^2 = \frac{1}{2}m_1(v_m)_1^2 \rightarrow \boxed{m_2(v_m)_2^2 = m_1(v_m)_1^2} \quad (1)$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$(p_m)_r = (p_m)_1 + \frac{\Delta \circ}{1 \circ \circ} (p_m)_1 = \frac{3}{2} (p_m)_1 \rightarrow \boxed{m_r (v_m)_r = \frac{3}{2} m_1 (v_m)_1} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow (v_m)_r = \frac{(v_m)_1}{\frac{3}{2}} \rightarrow \boxed{(v_m)_r = \frac{2}{3} (v_m)_1} \xrightarrow{(2)} \frac{2}{3} m_r = \frac{3}{2} m_1$$

$$\rightarrow m_r = \frac{9}{4} m_1 \rightarrow \frac{m_r}{m_1} = \frac{9}{4} \rightarrow \left(\frac{m_r}{m_1} - 1 \right) = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{5}{4} \times 100\% = 125\% \quad (\text{جرم جسم باید } 125 \text{ درصد افزایش یابد.})$$

روش دوم:

$$K = \frac{P^r}{2m} \xrightarrow{K=\text{ثابت}} \rightarrow \frac{m_r}{m_1} = \left(\frac{P_r}{P_1} \right)^r = \left(\frac{3}{2} \right)^r = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{\Delta m}{m_1} = 125\%$$

۱۴۷ گزینه ۲

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{\omega_r}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k_r}{k_1} \times \frac{m_1}{m_r}} = \sqrt{1 \times \frac{m_1}{4m_1}} = \frac{1}{2}$$

کمیات مربوط به نوسانگر سنگین تر را با اندیس (زیرنویس) (۲) نشان می‌دهیم:

$$\frac{(v_{max})_r}{(v_{max})_1} = \frac{A_r \omega_r}{A_1 \omega_1} = \frac{2A_1}{A_1} \times \frac{1}{2} = 1 \rightarrow \boxed{v_{max_r} = v_{max_1}}$$

$$E = K_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^r \rightarrow \frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{m_r}{m_1} \right) \left(\frac{v_{max_r}}{v_{max_1}} \right)^2 = \left(\frac{4m_1}{m_1} \right) (1) = 4 \rightarrow \boxed{E_r = 4E_1}$$

$$a = -\frac{k}{m} x = -\omega^r x \rightarrow a_{\max} = -\omega^r A \rightarrow \left(\frac{a_{\max}}{a_{\max_1}} \right)_r = \left(\frac{\omega_r}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{A_r}{A_1} \right)$$

$$\rightarrow \frac{(a_{\max})_r}{(a_{\max})_1} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2A_1}{A_1} \right) = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{(a_{\max})_r = \frac{1}{2} (a_{\max})_1}$$

۱۴۸ گزینه ۴ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

(۱) مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر ثابت است؛ بنابراین در حالت دوم چون انرژی پتانسیل افزایش یافته است، نتیجه می‌گیریم انرژی جنبشی کاهش یافته یعنی:

$$v_r = v_1 - 6 \text{ cm/s} \quad (*)$$

(۲)

$$\begin{cases} E = U_1 + K_1 = 3K_1 + K_1 = 4K_1 \\ E = U_r + K_r = 15K_r + K_r = 16K_r \end{cases} \rightarrow 4K_1 = 16K_r$$

$$\rightarrow K_1 = 4K_r \rightarrow \frac{1}{2} m v_1^r = 4 \left(\frac{1}{2} m v_r^r \right) \rightarrow v_1 = 2v_r \xrightarrow{(*)} v_r = 2v_r - 6 \rightarrow \boxed{v_r = 6 \text{ cm/s}} \xrightarrow{(*)} \boxed{v_1 = 12 \text{ cm/s}}$$

۱۴۹ گزینه ۱

نکات مورد توجه:

(۱) انرژی مکانیکی نوسانگر ساده پیوسته ثابت است:

$$\boxed{E = K_{max}} = \frac{1}{2} m v_m^r = \frac{1}{2} m A^r \omega^r$$

(۲) در هر دوره ۲ بار (هنگام عبور از مرکز نوسان) شتاب نوسانگر صفر می‌شود. (تعداد دفعاتی که $a = 0$)

$$\frac{T}{60s} = \frac{2}{300} \rightarrow \boxed{T = \frac{2}{5} s}$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2}{5}} = 5\pi \rightarrow \boxed{\omega = 5\pi \text{ rad/s}} \rightarrow \boxed{\omega = 15 \text{ rad/s}}$$

(۳) دامنهٔ نوسان:

$$A = 20 \text{ mm} = 20 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.02 \text{ m} \rightarrow \boxed{A = 0.02 \text{ m}}$$

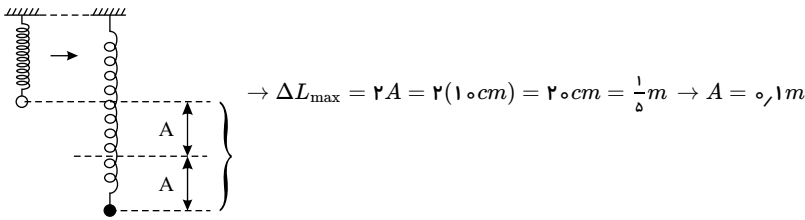
(۴)

$$E = \frac{1}{2} m A^r \omega^r = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times (0.02)^2 (15)^2 = (2 \times 10^{-5}) (225) = 4.5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

۱۵۰ گزینه ۳ قدم اول: بیشترین نیروی وارد از طرف فنر به نوسانگر زمانی است که فنر بیشترین تغییر طول را داشته باشد. چون فنر در بالاترین نقطهٔ مسیر طول عادی خود را دارد بنابراین در پایین ترین نقطهٔ مسیر دارای بیشترین تغییر طول است.

قدم دوم: از بالاترین تا پایین نقطه مسیر را طول پاره خط نوسان گوئیم که دو برابر دامنه است.

طول عادی فنر



قدم سوم:

$$F_{\max} = k\Delta L_{\max} \rightarrow 80 = k \times \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{k = 400 \frac{N}{m}}$$

قدم چهارم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(400)(0.1)^2 = 2J$$

۱۵۱ گزینه ۲ انرژی مکانیکی نوسانگر، همواره مقداری ثابت و یکسان است. یعنی $E_1 = E_2$. بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{قدم اول}} U_1 = \frac{10}{100}K_1 = \frac{1}{10}K_1 \rightarrow U_1 + K_1 = E$$

$$\rightarrow \frac{1}{10}K_1 + K_1 = E \rightarrow \frac{11}{10}\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) = E \rightarrow \frac{11}{20}mv_1^2 = E \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{قدم دوم}} \begin{cases} E = \Delta U_2 \\ U_2 = \frac{E}{5} \end{cases} \rightarrow U_2 + K_2 = E \rightarrow \frac{E}{5} + K_2 = E \rightarrow K_2 = \frac{4}{5}E \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{4}{5}E \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{قدم سوم}} \frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{11}{20}mv_1^2} = \frac{\frac{4}{5}E}{E} \rightarrow \frac{10}{11}\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{22}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{22}}{5}$$

۱۵۲ گزینه ۴ در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی همواره ثابت است، بنابراین داریم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow[m=2 \times 10^{-2} kg]{A=0.04 m, \omega=200 \frac{rad}{s}} E = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^4 = 0.64 J$$

۱۵۳ گزینه ۳ با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر می توان نوشت:

$$E = K + U = 4 + 8 = 12 mJ$$

برای هنگامی که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با یکدیگر برابر هستند، داریم:

$$E = K' + U' \xrightarrow{K'=U'} E = 2K' \Rightarrow 12 = 2K' \Rightarrow K' = 6 mJ = 6 \times 10^{-3} J$$

و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$K' = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.3v'^2 \Rightarrow v' = 0.2 \frac{m}{s}$$

۱۵۴ گزینه ۲ ابتدا تندی بیشینه نوسانگر را به دست می آوریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow[\omega=\frac{2\pi}{T}, A=\frac{l}{2}, \pi=3.14]{T=4s, l=10cm} v_{\max} = \frac{2 \times 3.14 \times 10}{4 \times 2} = \frac{15.7}{2} \frac{cm}{s}$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی نسبت انرژی جنبشی نوسانگر را به انرژی جنبشی بیشینه (انرژی مکانیکی) به دست می آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{\max}} = \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 \xrightarrow[v_{\max}=\frac{15.7}{2} \frac{cm}{s}]{v=\frac{cm}{s}} \frac{K}{K_{\max}} = \left(\frac{12}{15.7}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \xrightarrow[E=K+U]{\frac{E-K}{K_{\max}=E}} U = E - \frac{16}{25}E = \frac{9}{25}E$$

۱۵۵ گزینه ۱ بسامد زاویه ای نوسانگر وزنه و فنر برابر است با:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0.5}} = \sqrt{400} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

سؤال تندی وزنه در لحظه‌ای که $U = 3K$ است را می‌خواهد. بنابراین:

$$U = 3K \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v^2) = 3 \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 - v^2 = 3v^2$$

$$v^2 = 4v^2 \Rightarrow v = 2v \Rightarrow A\omega = 2v \Rightarrow 0.2 \times 20 = 2v \Rightarrow 4 = 2v \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۶ گزینه ۲ انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ محاسبه می‌شود. ثابت فنر (k) و دامنه نوسان (A) تغییر نکرده بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر تغییر نمی‌کند. $E = 6J$

۱۵۷ گزینه ۳ طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{4}$ انرژی مکانیکی آن است، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر $\frac{3}{4}$ انرژی مکانیکی آن خواهد بود، بنابراین

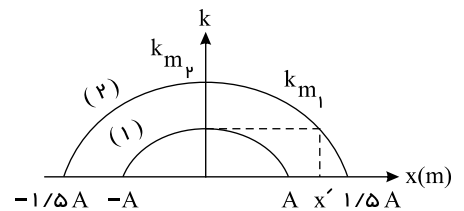
داریم:

$$U = \frac{3}{4}E \xrightarrow{U=0.18J} 0.18 = \frac{3}{4}E \Rightarrow E = 0.24J$$

۱۵۸ گزینه ۲ با توجه به شکل زیر، رابطه نسبی انرژی مکانیکی را برای نوسانگرهای (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{m_2=m_1} \frac{E_2}{E_1} = 1 \times 2^2 \times \left(\frac{1.5A}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 1 \times 4 \times 2.25 = 9 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 9 \quad (I)$$



در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر (۱) کمترین مقدار است، انرژی جنبشی آن بیشترین مقدار و برابر K_{m_1} است و مطابق شکل در این لحظه، انرژی جنبشی نوسانگر (۲) برابر K_2 است، یعنی:

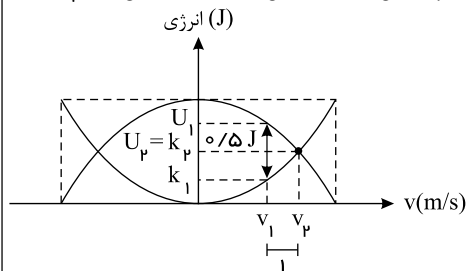
$$K_2 = K_{m_1} = E_1 \quad (II)$$

در این حالت، نوسانگر (۲) در مکان x' قرار دارد.

رابطه انرژی مکانیکی را برای نوسانگر (۲) در لحظه‌ای که در مکان x' قرار دارد می‌نویسیم و حال خواسته تست را به دست می‌آوریم:

$$E_2 = K_2 + U_2 \xrightarrow{(II)} E_2 = E_1 + U_2 \xrightarrow{(I)} E_2 = \frac{E_2}{9} + U_2 \Rightarrow E_2 - \frac{E_2}{9} = U_2 \Rightarrow \frac{8}{9}E_2 = U_2 \Rightarrow \frac{U_2}{E_2} = \frac{8}{9}$$

۱۵۹ گزینه ۱ مطابق شکل زیر، مقادیر سرعت و انرژی‌های پتانسیل و جنبشی را برای دو نقطه مورد نظر مشخص می‌کنیم و سپس قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای دو نقطه می‌نویسیم:



$$v = v_1 \Rightarrow U_1 - K_1 = 0.5 \Rightarrow U_1 = K_1 + 0.5$$

$$E = K_1 + U_1 = K_1 + (K_1 + 0.5) \Rightarrow E = 2K_1 + 0.5 \quad (I)$$

$$v = v_2 \Rightarrow U_2 = K_2$$

$$E = K_2 + U_2 = K_2 + K_2 \Rightarrow E = 2K_2 \quad (II)$$

با توجه به رابطه (I) و (II) داریم:

$$2K_1 + 0.5 = 2K_2 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2}mv_1^2 + 0.5 = 2 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{m=0.1kg} 0.1v_1^2 + 0.5 = 0.1v_2^2 \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 5 \quad (III)$$

با توجه به نمودار داریم:

$$v_2 - v_1 = 1 \quad (IV)$$

$$(III) : v_2^2 - v_1^2 = 5 \Rightarrow (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = 5 \Rightarrow 1 \times (v_2 + v_1) = 5 \quad (V)$$

با استفاده از دو رابطه (IV) و (V) داریم:

$$v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه (I) خواهیم داشت:

$$E = 2K_1 + 0.5 = 2 \times \frac{1}{2}mv_1^2 + 0.5 = 0.1 \times (2)^2 + 0.5 = 0.9$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow 0.9 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = 1.8 \Rightarrow v_{max} = 3\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۱۶۰ گزینه ۲

$$K = 1J \rightarrow E = U + K = 3 + 1 = 4J$$

$$U = 3J$$

$$E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 500 \times 10^{-3} \times v_{max}^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{4}{25 \times 10^{-3}}} = 4 \frac{m}{s}$$

۱۶۱ گزینه ۱

$$v_{max} = 0.12 \frac{m}{s} \rightarrow \text{با توجه به نمودار}$$

$$E = U + K \rightarrow E = 600 + 40 = 640J$$

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{max}^2} = \frac{v^2}{(0.12)^2} \rightarrow \frac{40}{640} = \left(\frac{v}{0.12}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{2}{8} = \frac{V}{0.12} \rightarrow v = 0.3 \frac{m}{s}$$

۱۶۲ گزینه ۱ ابتدا مقدار انرژی پتانسیل بیشینه (یا همان انرژی مکانیکی) را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} k = 1 \frac{N}{cm} = 100 \frac{N}{m} & \rightarrow U_{max} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 64 \times 10^{-4} = 0.32J \\ 2A = 16cm \rightarrow A = 8cm \end{cases}$$

بنابراین مقدار انرژی مکانیکی نوسانگر هم $0.32J$ یا $320mJ$ می‌باشد. در هر لحظه مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی می‌باشد، بنابراین:

$$E = U + K \rightarrow 320 = U + 200 \rightarrow U = 120mJ$$

بنابراین اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر در این لحظه برابر است با:

$$|K - U| = |200 - 120| = 80mJ$$

۱۶۳ گزینه ۳

با توجه به نمودار، انرژی مکانیکی نوسانگر که همان انرژی جنبشی بیشینه‌اش است، ۵ ژول بوده، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 \xrightarrow[v=0.8v_{max}]{E=5J} \frac{K}{5} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{64}{100} \Rightarrow K = 3.2J$$

حال برای تعیین انرژی پتانسیل داریم:

$$U = E - K = 5 - 3.2 \Rightarrow U = 1.8J$$

۱۶۴ گزینه ۳ در ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده را محاسبه می‌کنیم. با توجه به معلوم بودن جرم، بسامد و دامنه نوسان داریم:

$$m = 125g = \frac{125}{1000} kg, \pi^2 = 10$$

$$E = 2\pi^2 mA^2 f^2 \xrightarrow[f=5Hz, A=4cm=4 \times 10^{-2}m]{m=125g} E = 2 \times 10 \times \frac{125}{1000} \times 16 \times 10^{-4} \times 25 \Rightarrow E = 0.1J = 100mJ$$

از طرفی با توجه به نمودار، در مکان x' ، اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل ۵۰ میلی‌ژول است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} E = K + U = 100mJ \\ K - U = 50mJ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = 25mJ \\ K = 75mJ \end{cases}$$

در آخر برای تعیین تندی نوسانگر داریم:

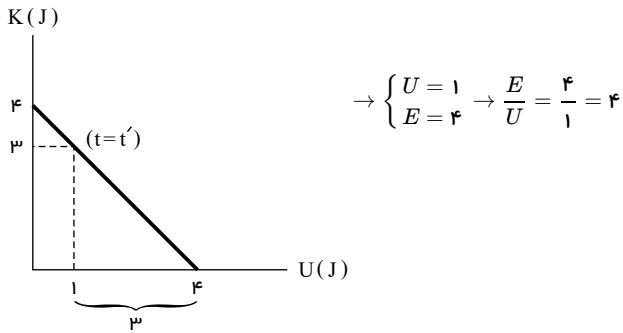
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[m=\frac{125}{1000}kg]{K=75mJ=75 \times 10^{-3}J} 75 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{125}{1000} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{1.2} \frac{m}{s}$$

۱۶۵ گزینه ۲

$$E = U + K \xrightarrow{\text{ثابت}} \begin{cases} U = 0 \rightarrow K_{max} = E = 4J & (*) \\ K = 0 \rightarrow U_{max} = E & (**) \end{cases} \xrightarrow{(*), (**)} U_{max} = 4J$$

حال برای لحظه t' داریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان



۱۶۶ گزینه ۴

با توجه به نمودار، انرژی جنبشی بیشینه (یا همان انرژی مکانیکی) و دامنهٔ نوسان را تعیین کرده و به صورت زیر مقدار نیرو بیشینه را محاسبه می کنیم:

$$\rightarrow \begin{cases} A = 0.4m \\ K_{max} = E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \rightarrow 10 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{250}{1000} \times \left(\frac{4}{10}\right)^2 \times \omega^2 \rightarrow \boxed{\omega^2 = 500} \quad (*) \end{cases}$$

قدم اول

$$\text{قدم دوم} \rightarrow F = ma = m(-\omega^2 x) = -m\omega^2 x$$

$$\text{if: } x = \pm A \rightarrow F_{max} = -(m\omega^2)(A) \rightarrow \boxed{|F_{max}| = mA\omega^2} \quad (**)$$

$$\text{قدم سوم} \quad (*) \text{ و } (**) \Rightarrow |F_{max}| = \frac{250}{1000} \times \frac{4}{10} \times 500 = 50N \rightarrow \boxed{|F_{max}| = 50N}$$

۱۶۷ گزینه ۲ قدم اول: می دانیم

$$\text{نوسانگر} \quad E = U_{\max} = K_{\max}$$

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow K = K_{\max} = E, U = 0 \\ x = A \rightarrow \begin{cases} K = 0 \\ U = U_{\max} = E \end{cases} \end{cases}$$

قدم دوم:

$$x = -4cm \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} \begin{cases} K_{(r)} = (K_{(1)})_{\max} = E_{(1)} \\ U_{(r)} = 3E_{(1)} \end{cases} \Rightarrow E_{(r)} = U_{(r)} + K_{(r)} = E_{(1)} + 3E_{(1)}$$

$$\rightarrow E_{(r)} = 4E_{(1)} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}k_r A_r^2 = 4\left(\frac{1}{2}k_1 A_1^2\right) \rightarrow A_r^2 = 4A_1^2 \rightarrow A_r = 2A_1 \rightarrow A_r = 8cm \\ k_r = k_1 \end{cases}$$

فنرها مشابه هستند

۱۶۸ گزینه ۲ با توجه به نمودار

$$\begin{cases} A = 20cm = 0.2m \\ U_{\max} = 18 \times 10^{-2}J \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow 18 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \omega^2 \times 0.04 \\ m = 0.1kg \end{cases}$$

$$\omega^2 = 9 \Rightarrow \omega = 3 \frac{rad}{s}$$

۱۶۹ گزینه ۲ با توجه به نمودار، حداکثر سرعت نوسانگر $v_{\max} = 0.6 \frac{m}{s}$ است و در سرعت v ، انرژی جنبشی $20J$ و انرژی پتانسیل $300J$ است.

$$E = U + K \Rightarrow E = 300 + 20 = 320J$$

$$\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} \Rightarrow \frac{20}{320} = \left(\frac{v}{0.6}\right)^2 \Rightarrow v = \frac{0.6}{4} = 0.15 \frac{m}{s}$$

۱۷۰ گزینه ۳ ابتدا رابطهٔ بین انرژی مکانیکی و بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2}mv_m^2 \xrightarrow{v_m=A\omega} E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{a_m=A\omega^2, F_m=ma_m} E = \frac{1}{2}F_m A (*)$$

با توجه به نمودار انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظه ای که سرعت آن $\frac{m}{s}$ است، به دست می آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\substack{m=400g=0.4kg \\ v=0.5 \frac{m}{s}}} K = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 0.25 = \frac{1}{20}J \xrightarrow{E=K+U, K=U} E = 2K = \frac{1}{10}J \xrightarrow{*} \frac{1}{10} = \frac{1}{2}F_m A \xrightarrow{4A=20cm} \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \times F_m \times \frac{5}{100} \Rightarrow F_m = 4N$$

۱۷۱ گزینه ۳ وقتی نوسانگر A ، یک نوسان می‌کند، نوسانگر B ، ۶ نوسان انجام می‌دهد. پس $f_B = 6f_A$ است. از طرفی $\frac{A_A}{A_B} = \frac{20}{2} = 10$ می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه انرژی مکانیکی

نوسانگر هماهنگ ساده، می‌توان نوشت:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 = \frac{1}{4} \times (10)^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

۱۷۲ گزینه ۲ رابطه مکان- زمان نوسانگر $x = A \cos(\omega t)$ است. پس اگر ω را محاسبه کنیم، می‌توانیم مکان را به دست آوریم.

$$\frac{K}{E} = \frac{K}{K_{max}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{max}^2} \Rightarrow \frac{12}{12+96} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{108} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 \Rightarrow v_{max} = 0.6 \frac{m}{s}$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 0.6 = 0.12 \times \omega \Rightarrow \omega = \frac{0.6}{0.12} = 5 \frac{rad}{s} \Rightarrow x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 12 \cos(\Delta t) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{3}s} x = 12 \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 6 cm$$

۱۷۳ گزینه ۳ طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ جرم گلوله هیچ تأثیری در دوره نوسان ندارد.

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{0.25}{1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2}T_1 \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{T_1}{2}$$

$$\text{درصد تغییر} = \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 = \frac{-\frac{T_1}{2}}{T_1} \times 100 = -50\%$$

پس ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱۷۴ گزینه ۱ از آنجایی که دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ بدست می‌آید و حرکت شتاب‌دار آسانسور روی دوره تناوب آونگ تأثیر دارد و حرکت آسانسور تندشونده و رو به پایین

$$\text{است: } g' = g - a$$

بنابراین شتاب گرانش کاهش خواهد یافت و T با g رابطه عکس دارد و زمانی که g کاهش می‌یابد T افزایش خواهد یافت.

۱۷۵ گزینه ۳

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{L'}{25}} \rightarrow 4 = \frac{L'}{25} \rightarrow L' = 100$$

$$\Delta L = L' - L = 100 - 25 = +75 cm$$

۱۷۶ گزینه ۱ دوره نوسان آونگ ساده با جذر شتاب گرانش نسبت عکس دارد، یعنی:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{\frac{GM_e}{(R_e+2h)^2}}{\frac{GM_e}{(R_e+h)^2}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{(R_e+h)^2}{(R_e+2h)^2}} \Rightarrow T < T' < 2T$$

۱۷۷ گزینه ۴ ابتدا دوره تناوب آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60s}{90} = \frac{2}{3}s$$

حال طبق رابطه دوره تناوب آونگ ساده خواهیم داشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{2}{3} = 2\pi\sqrt{\frac{0.11}{g}} \rightarrow \frac{1}{3\pi} = \sqrt{\frac{0.11}{g}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{9\pi^2} = \frac{0.11}{g} \rightarrow \frac{1}{90} = \frac{0.11}{g}$$

$$\rightarrow g = 90 \times 0.11 = \boxed{9.9 m/s^2}$$

۱۷۸ گزینه ۳ طبق رابطه $T = \frac{t}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ در یک مکان و در یک مدت معین و یکسان، تعداد نوسان‌ها با جذر طول آونگ نسبت عکس دارد. یعنی:

$$\frac{l_B}{l_A} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \sqrt{\frac{l_B}{l_A}} = \sqrt{\frac{64}{100}} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{4}{5} \quad (1)$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\frac{n_B}{n_C} = \frac{120}{100} \Rightarrow \frac{n_B}{n_C} = \frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \times (1)} \begin{cases} \frac{n_A}{n_B} = \frac{4}{5} \\ \frac{n_B}{n_C} = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_A}{\cancel{n_B}} \times \frac{\cancel{n_B}}{n_C} = \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{24}{25} = \frac{n_A}{n_C}$$

با توجه به رابطه آخر، چون $n_C > n_A$ می‌باشد.

$$n_C - n_A = 5 \Rightarrow \frac{24}{25} = \frac{n_A}{n_A + 5} \Rightarrow n_A = 120$$

۱۷۹ گزینه ۱

برای اینکه ساعت آونگ‌دار در مکان جدید درست کار کند، باید دوره آونگ در محل جدید با محل قدیم یکسان باشد. بنابراین طول آونگ در مکان دوم را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم و در انتهای تغییر طول را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 \\ 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}} &= 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}} \\ L_2 &= \frac{g_2}{g_1} L_1 = \frac{9.78}{9.80} \times 49 = 48.9 \text{ cm} \\ \Delta L &= 48.9 - 49 = -0.1 \text{ cm} = 1 \text{ mm} \end{aligned}$$

۱۸۰ گزینه ۲ ابتدا دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$x = 10^{-2} \cos 2.5\pi t \Rightarrow \omega = 2.5\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} 2.5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.8 \text{ s}$$

حال طول اولیه آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 0.8 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}} \Rightarrow 0.64 = 4\pi^2 \times \frac{L}{\pi^2} \Rightarrow L = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

با مقایسه دوره تناوب حالت دوم و حالت اول در یک محل داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{\frac{T_2 = 0.4 \text{ s}}{T_1 = 0.8 \text{ s}}} \frac{0.4}{0.8} = \sqrt{\frac{L_2}{16}} \Rightarrow L_2 = 4 \text{ cm}$$

برای تعیین تغییر طول آونگ داریم:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 4 - 16 \Rightarrow \Delta L = -12 \text{ cm}$$

یعنی طول آونگ 12 cm کاهش یافته است.

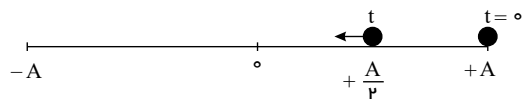
۱۸۱ گزینه ۲ ابتدا به این موارد توجه می‌کنیم:

زمان‌های طلایی در مکان‌های طلایی:

• طبق کتاب درسی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در مبدأ زمان در دامنه مثبت $x = +A$ قرار دارد: $x_0 = +A$ یعنی معادله مکان-زمان نوسانگر:

$$x = A \cos(\omega t)$$

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار، پس از $t = 0$ ($x_0 = +A$) به مکان $x = +\frac{A}{2}$ برسد:



$$x = A \cos(\omega t) = +\frac{A}{2} \rightarrow \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \rightarrow \omega t = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

برای اولین بار $k = 0$ و $(+\frac{\pi}{3})$ جایگزین می‌گردد:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{6}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ مدت زمان رسیدن به مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برای اولین بار پس از $t = 0$ مد نظر بود:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

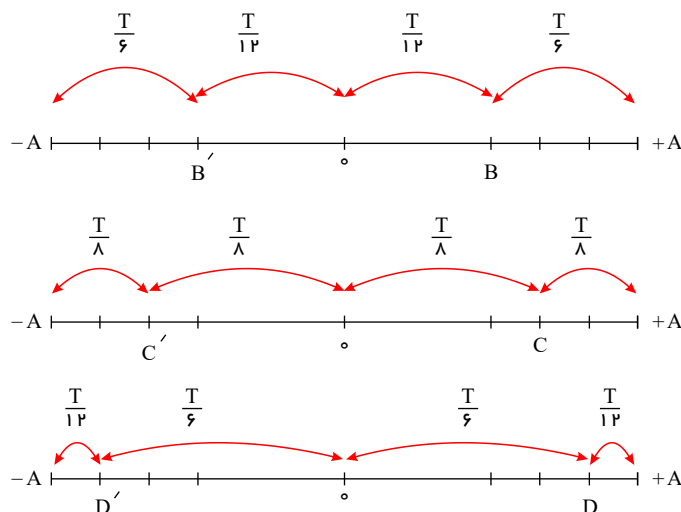
$$\omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{12}}$$

• اگر به جای مکان $x = +\frac{A}{2}$ ، حداقل زمان رسیدن از $x = +A$ تا $x = +\frac{A}{2}$ مد نظر بود:

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{t = \frac{T}{8}}$$

و به طور خلاصه، فقط در حل تست‌ها و نه در امتحانات نهایی از نتایج به دست آمده، به این شکل می‌توان استفاده نمود:

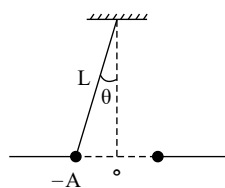
x_B	x_C	x_D	$x_{B'}$	$x_{C'}$	$x_{D'}$
$+\frac{A}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



بنابراین در ابتدا دوره نوسان را می‌یابیم و در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{T = 1s}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}} = 2\sqrt{L} \rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{L} \rightarrow \boxed{L = \frac{1}{4}m} \rightarrow \boxed{L = 25cm}$$



$$A \ll L \rightarrow \sin \theta \simeq \theta(rad) \rightarrow \theta(rad) = \frac{A}{L} = \frac{2}{25} = \frac{8}{100} \rightarrow \theta = 0.08rad$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{0.08} = \frac{180^\circ}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{180 \times 0.08}{\pi} = \frac{14.4}{\pi} = \frac{4.6}{\pi} \rightarrow \theta = \frac{4.6}{\pi}$$

۱۸۲ گزینه ۳ قدم اول:

$$L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta) \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1 + \alpha\Delta\theta = 1 + (21 \times 10^{-6})(10^2) \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1 + 0.21 = 1.21$$

قدم دوم:

$$\begin{cases} \frac{W_2}{W_1} = \frac{mg_2}{mg_1} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \\ W_2 = W_1 - \frac{25}{100}W_1 = \frac{75}{100}W_1 \end{cases}$$

قدم سوم:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \begin{cases} \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1} \times \frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{100}{121}} = \frac{5}{11} \rightarrow f_2 = \frac{5}{11}f_1 = \frac{10}{11} \\ \omega_1 = 2\pi f_1 = 4\pi \rightarrow f_1 = 2Hz \end{cases}$$

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$\rightarrow \Delta f = f_r - f_1 = \frac{10}{11} - 2 = -\frac{12}{11} Hz$$

۱۸۳ گزینه ۳ ابتدا دوره تناوب آونگ ساعت را در سطح سیاره جدید به دست می آوریم. داریم:

$$\frac{g_e}{g_x} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{L_x}{L_e} \times \frac{g_e}{g_x}} = \sqrt{1 \times \frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \xrightarrow{T_e=4s} T_x = 1s$$

چون $T_x < T_e$ می باشد، در نتیجه $f_x > f_e$ است. بنابراین ساعت در سیاره جدید، تندتر کار می کند و جلو می افتد. برای محاسبه میزان جلو افتادن ساعت داریم:

اختلاف زمان	زمان
$3s$	$1s$
x	$24h$

$$\Rightarrow x = 24h$$

ساعت در سیاره جدید $24h$ جلو می افتد.

۱۸۴ گزینه ۳ قدم اول: دوره تناوب یک آونگ ساده در حالت معمول از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ محاسبه می شود.

قدم دوم:

$$T_1 = 4s \text{ و } L_r = L_1 + \frac{44}{100}L_1 = \frac{144}{100}L_1 = 1.44L_1$$

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \\ T_r = 2\pi\sqrt{\frac{1.44L_1}{g + \frac{F}{m} \rightarrow 3mg}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{L_r}{L_1} \times \frac{g}{g + 3g}} = \sqrt{\frac{144}{100} \times \frac{1}{4}} \rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{\omega_r}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_r} = \frac{5}{3}$$

قدم سوم:

$$a_{\max} = A\omega^r \rightarrow \frac{(a_m)_r}{(a_m)_1} = \left(\frac{\omega_r}{\omega_1}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

۱۸۵ گزینه ۱ با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده کم دامنه و همچنین اندازه شتاب گرانشی در سطح یک سیاره، می توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow[g = \rho(\frac{4}{3}\pi r^3)]{g = G\frac{M}{r^2}} T = 2\pi\sqrt{\frac{3L}{4\pi\rho Gr}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \Rightarrow \frac{T_B}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow T_B = \sqrt{2}s$$

۱۸۶ گزینه ۳ با توجه رابطه دوره نوسان های آونگ ساده ای که نوسان های کم دامنه انجام می دهد ($T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$)، با افزایش طول آونگ، دوره نوسان ها افزایش می یابد. بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{L_r}{L_1}} \xrightarrow[L_r = L_1 + 22(cm)]{T_r = 1.2T_1} 1.2 = \sqrt{\frac{L_1 + 22}{L_1}} \Rightarrow L_1 = 50cm$$

۱۸۷ گزینه ۳ بسامد نوسان های کم دامنه یک آونگ ساده از رابطه $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$ به دست می آید که ربطی به جرم ندارد.

$$\frac{f_r}{f_1} = \sqrt{\frac{L_1}{L_r}} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \frac{21}{100} \Rightarrow \frac{L_r}{L_1} = \frac{\Delta L}{L_1} + 1 = 1 + \frac{21}{100} = \frac{121}{100} \Rightarrow \frac{L_1}{L_r} = \frac{100}{121} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{f_r}{f_1} = \sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11} \simeq 0.91$$

$$\xrightarrow{(2)} \frac{f_r}{f_1} = \frac{\Delta f}{f_1} \times 100 = \left(\frac{f_r}{f_1} - 1\right) \times 100 = (0.91 - 1) \times 100 = -9\%$$

درصد تغییرات :

۱۸۸ گزینه ۱ باتوجه به رابطه دوره نوسان های آونگ ساده کم دامنه یعنی $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، دوره نوسان ها به جرم آونگ بستگی ندارد. پس داریم:

$$\frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{L_r}{L_1}} \xrightarrow[L_r = 1.44L_1]{T_r = 1.2T_1} \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

بنابراین درصد تغییرات دوره تناوب آن برابر است با:

$$\left(\frac{T_r}{T_1} - 1\right) \times 100 = 20\%$$

۱۸۹ گزینه ۳ طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ دوره به طول و شتاب گرانش در محل آونگ بستگی دارد. با ۴ برابر شدن طول آونگ، دوره تناوب نوسانات آونگ ۲ برابر می‌شود. $T_2 = 4T_1$ جرم گلوله آونگ و دامنه تأثیری در T ندارند.

$$\begin{cases} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \\ T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=\text{const}} T \propto \frac{1}{n} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{4L_1}{L_1}} = 2 \rightarrow \frac{n_0}{n_2} = 2 \rightarrow \boxed{n_2 = 10}$$

۱۹۰ گزینه ۱ گام اول

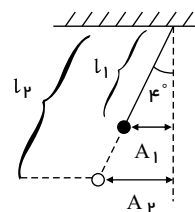
$$\begin{cases} L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta) \\ \alpha = 42 \times 10^{-6} (\frac{1}{^\circ\text{C}}) \rightarrow \alpha\Delta\theta = (42 \times 10^{-6})(50) = 21 \times 10^{-5} \end{cases}$$

$$\frac{L_2}{L_1} = 1 + \alpha\Delta\theta = 1 + 0.21 = 1.21 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{1}{1.21}} = \sqrt{\frac{100}{121}} \rightarrow \boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{10}{11}} \quad (1)$$

گام دوم

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$(2) \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_2}{L_1} \quad \text{نسبت تغییرات دامنه با استفاده از تشابه بین دو مثلث}$$

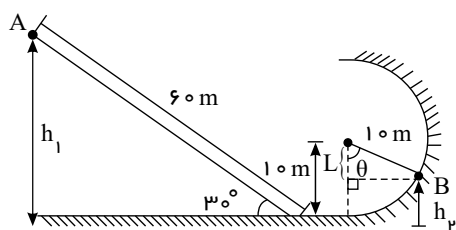


$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}mA_2^2\omega_2^2}{\frac{1}{2}mA_1^2\omega_1^2} \xrightarrow{(1), (2)} (1.21)^2 \times (\frac{10}{11})^2 = \frac{121}{100}$$

پس می‌توان گفت ۲۱ درصد افزایش یافته است.

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{21}{100} = 21\%$$

۱۹۱ گزینه ۳



$$W_t = K_B - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_{mg} - 200 = \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2 - 0 \Rightarrow W_{mg} = 1000 J$$

$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow mg(h_2 - h_1) = -1000 \Rightarrow 4 \times 10 \times (h_2 - 6 \times \sin 30^\circ) = -1000 \Rightarrow h_2 - 30 = -25 \Rightarrow h_2 = 5 m$$

$$L = 10 - 5 = 5 m$$

$$\cos \theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۱۹۲ گزینه ۲ انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow[\substack{a_{\max} = A\omega^2 \\ F_{\max} = ma_{\max}}]{\substack{(F_{\max})_A = \frac{1}{2}(F_{\max})_B \\ E_A = 2E_B}} E = \frac{1}{2}F_{\max}A$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} \times \frac{A_A}{A_B} \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 4$$

اکنون با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

فیزیک دوازدهم فصل سه نوسان

$$a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right)^{\frac{\ell_B}{\ell_A} - \frac{1}{2}} \rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

۱۹۳ گزینه ۳ شتاب بیشینه در حرکت هماهنگ ساده برابر است با:

$$a_{\max} = A\omega^2$$

از طرفی باتوجه به رابطه بسامد زاویه‌ای در آونگ، با افزایش شتاب گرانش در محل آونگ یا کاهش طول آونگ، بسامد زاویه‌ای و در نتیجه شتاب بیشینه افزایش می‌یابد.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

۱۹۴ گزینه ۴ شرط رخ دادن تشدید آن است که بسامد زاویه‌ای طبیعی آونگ ساده $(\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}})$ با بسامد زاویه‌ی نوسان وا داشته (که در اینجا بین ۲ تا ۴٫۵ است) برابر باشد، پس در این مسئله در آونگی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی آن بین $2 \frac{rad}{s}$ و $4.5 \frac{rad}{s}$ باشد.

$$\overset{\text{آونگ ۱}}{\longrightarrow} \omega_{01} = \sqrt{\frac{g}{\ell_1}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10 \Rightarrow 10 > 4.5 \rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد}$$

$$\overset{\text{آونگ ۲}}{\longrightarrow} \omega_{02} = \sqrt{\frac{g}{\ell_2}} = \sqrt{\frac{10}{0.2}} = \sqrt{50} \Rightarrow \sqrt{50} > 4.5 \rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد}$$

$$\overset{\text{آونگ ۳}}{\longrightarrow} \omega_{03} = \sqrt{\frac{g}{\ell_3}} = \sqrt{\frac{10}{0.4}} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow 5 > 4.5 \rightarrow \text{تشدید رخ نمی‌دهد}$$

$$\overset{\text{آونگ ۴}}{\longrightarrow} \omega_{04} = \sqrt{\frac{g}{\ell_4}} = \sqrt{\frac{10}{0.8}} = \sqrt{12.5} \Rightarrow 2 < \sqrt{12.5} < 4.5 \rightarrow \text{تشدید رخ می‌دهد}$$

۱۹۵ گزینه ۱

شرط رخ دادن تشدید:

نوسان واداشته همان ω در رابطه نیروی خارجی است.

$$\omega_{\text{نوسان واداشته}} = \omega_{\text{نوسان طبیعی}} \rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = \lambda\pi \rightarrow \sqrt{\frac{k}{1}} = \lambda\pi \rightarrow k = 64\pi^2 = 640 \frac{N}{m} = 0.64 \frac{N}{mm}$$

۱۹۶ گزینه ۱ شرط ایجاد تشدید تساوی بسامد یا دوره دو نوسانگر است. بنابراین داریم:

$$T_1 = T_2 \rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \frac{L}{g} = \frac{m}{k}$$

جرم و فنر آونگ

پس باید تساوی $\frac{L}{g} = \frac{m}{k}$ برقرار باشد حال با $\frac{1}{4}$ شدن g لازم است $4m$ برابر شود تا تساوی برقرار بماند.

$$\rightarrow m \frac{1}{g} \rightarrow m \frac{1}{\frac{1}{4}} \rightarrow m : 4 \text{ برابر} \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \rightarrow m_2 = 4m_1$$

۱۹۷ گزینه ۲ با نوسان طناب یک نیروی دوره‌ای به تمامی آونگ‌ها وارد می‌شود. حال اگر دوره این نوسان با دوره طبیعی آونگی برابر باشد در آن تشدید رخ می‌دهد. پس دوره یک‌یک آونگ‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$T_{\text{آونگ}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad g = \pi^2 \rightarrow T_{\text{آونگ}} = 2\sqrt{L}$$

$$T_1 = 2\sqrt{1} = 2(s), \quad T_2 = 2\sqrt{2.25} = 3(s), \quad T_3 = 2\sqrt{4} = 4(s)$$

$$T_4 = 2\sqrt{6.25} = 5(s), \quad T_5 = 2\sqrt{9} = 6(s)$$

بازه زمانی داده شده توسط سؤال $1.4(s) \leq T \leq 4.1(s)$ باعث تشدید نوسانگرها (آونگ) (۱)، (۲) و (۳) می‌شود.

۱۹۸ گزینه ۳ با نوسان آونگ شماره ۵ بقیه آونگ‌ها نیز شروع به نوسان می‌کنند، اما آونگ شماره (۲) که با آونگ شماره (۵) طول یکسان دارند، دارای بسامدهای برابر شده و تشدید رخ داده و با بیشترین دامنه نوسان می‌کند.

۱۹۹ گزینه ۱ برای آن‌که بین دو حرکت تشدید رخ دهد، باید بسامد و یا دوره حرکت آن‌ها باهم یکسان باشد. دوره نوسان‌های آونگ ساده کم دامنه برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ است، در نتیجه با

نصف کردن طول آن، دوره نوسان‌های آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر خواهد شد. دوره نوسان‌های نوسانگر ساده وزنه- فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. بنابراین برای این‌که بعد از نصف کردن طول آونگ،

دوباره تشدید رخ دهد، باید دوره نوسان‌های نوسانگر ساده وزنه- فنر نیز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر شود و در نتیجه باید در این نوسانگر از فنری با ثابت $2k$ استفاده کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow k' = 2k$$

۲۰۰ گزینه ۱ بسامد زاویه‌ای طبیعی هر یک از سامانه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} = \sqrt{\frac{36}{10}} = \sqrt{3.6} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k_D}{m_D}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \sqrt{7.2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

تنها سامانه‌ای که با نوسان میله دچار تشدید می‌شود، B است. بنابراین جسم B با دامنه‌ای خیلی بزرگتر از سه جسم دیگر نوسان می‌کند. در نتیجه طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ انرژی مکانیکی

ذخیره شده در آن از بقیه بیشتر است.